

軌道車輪之模型驗證與振動特性分析

Model Verification and Vibration Characteristics Analysis of a Railway Wheel

王栢村, 李英傑

國立屏東科技大學機械工程系

摘要

本文旨在對軌道車輛鋼輪，進行理論有限元素分析及實驗模態分析，首先利用三維立體元素建構鋼輪的有限元素模型，進行模態分析獲得理論模態參數，接著進行實驗模態分析利用實驗來確認模態參數，包括自然頻率、模態振型及阻尼比，鋼輪的理論有限元素模型能透過調整楊氏係數，以實驗得到的模態參數為基礎，來驗證其等效性，本文也用流程圖來介紹模型驗證的方法及步驟，鋼輪的振動特性可以透過完整的說明來瞭解，而驗證過的鋼輪模型可以使用在未來的研究上，例如輪軌接觸問題及輪軸分析等。

關鍵字: 軌道車輪、自然頻率、模態振型、有限元素分析、實驗模態分析、振動。

1. 前言

隨著台灣人口的增加及都市結構的改變，大眾捷運系統及高速鐵路越來越有需求，台灣目前已有台北捷運在營運中，高雄捷運及台灣高速鐵路也都正在趕工建設中，預定在最近的幾年都會陸續加入營運的行列。

由於這些運輸系統都是屬於高運量的系統，所以自然也就都採用高承載量的鋼輪，跟一般的火車不相同，且其速度要求也都很快，以高速鐵路為例，一般都要時速達300公里以上的所以輪軌間的接觸就變成一個相當重要的安全課題；也由於生活品質的提高，對噪音的要求更嚴格所以降低噪音也是一個重要的課題，輪軌滾動噪音是由輪軌接觸面之交互作用而產生，且輪、軌均會輻射出可觀的聲音，只是鋼輪輻射音與軌道輻射音在不同頻域有不同比重之貢獻量[1]。

曲線的尖銳聲音在輪子發出的噪音中扮演著一個重要的角色，所以如何去知道它的振動和頻率是很重要的。輪子因為磨損，所以需要定期保養修整，保持曲線，自然的尺寸就會慢慢的減少，Cataldi-Spinola et al. [6]討論隨著輪子尺寸的減少，對自然頻率及模態振型的影響。驗證結果在輪子的壽命（820mm~760mm）中自然頻率上升12%，證實輪子的尺寸在振動的特性上和曲線尖銳聲音有關係。Jacquet-Richardet and Dal-Ferro [7]探討機械渦輪葉片，使用有限元素計算自然頻率、模態振型及簡諧響應並以實驗作驗證，機械渦輪葉片都是在流體中運作所以要考慮流體的因素，並且會磨損，並需加以修整雖然是對機械渦輪葉片分析，但其分析方法、流程及方式都和火車鋼輪相符，有限元素分析和實驗模態中，自然頻率、模態振型及簡諧響應的結果都很相符。Thomas and Jones [8]使用邊界元素來研究一個鐵路鋼輪的聲音輻射特性，

比較鋼輪半徑為0.38m、0.42m、0.46m及0.50m對聲音輻射率的影響；比較輪幅厚度為wide web、solid web、double thickness tyre及half-thickness tyre對聲音輻射率的影響，從以上這些結果，提出簡單公式化，結果近似輻射率，由本文可以知道鋼輪在振動時聲音的輻射情形，在探討方面均以鋼輪的橫截面做比較，且不同的鋼輪半徑、輪幅厚度及胎面厚度對模態振形及聲音輻射率均有影響。Dings et al. [9]以荷蘭鐵路為研究對象，主要探討輪軌表面粗糙不平造成的噪音如何減少，個方法已經製成一個系統，使用儀器測量並比對資料庫，在經過軟體模組計算以決定軌道是否需修整，本方法仍取決於經濟上的利益，因為以目前來看，它的改善效果並不如在軌道周圍加裝柵欄隔音來的有效。Vernersson [10,11]主要探討煞車造成輪軌表面粗糙不平，透過二維有限元素的模擬，探討不同煞車塊材質產生熱點對表面崎嶇不平的影響；煞車塊彈性係數不同對接觸位置的影響。Thompson and Jones [12]用文獻探討方式回顧火車輪軌噪音的產生及預防方法，輪軌噪音一般可分成三個種類：滾動噪音、衝擊噪音及尖銳聲的噪音，分別探討其產生原因及改善預防方法。

2. 問題定義與分析目標

2-1. 問題定義

鋼輪採用台北捷運列車西門子系統之車輪其剖面示意圖如圖1所示：鋼輪半徑 $R=0.425$ m、楊氏係數 $E=204$ Gpa、密度 $D=7853.90292$ kg/m³、卜松比 $\nu=0.3$ 。邊界條件：Free-Free。利用實驗模態分析配合有限元素分析，求得結構振動特性。

2-2. 分析目標

利用有限元素分析方法求得鋼輪之模態參數，與實驗模態分析所求得系統之頻率響應函數及模態參數加以比較驗證，來驗證所架構的有限元素模型的正確性及適用性。分析項目如下：

- (1) 模態分析(modal analysis) 如圖2(a) 典型的振動問題分析方塊圖所示，主要是由輸入參數為楊氏係數、密度、蒲松比求得系統之模態參數，模態參數包含自然頻率、模態振型。
- (2) 簡諧響應分析 (harmonic analysis) 如圖2(b)典型的振動問題分析方塊圖所示，由輸入參數 $F(\omega)$ 與輸出參數 $X(\omega)$ ，求得系統之輸出與輸入比 $H(\omega)$ 其頻率響應之函數。

3. 分析方法

分析方法為有限元素分析及實驗模態分析兩種方法。

3-1. 有限元素分析

以有限元素方法分析，將軌道車鋼輪結構以 SOLID95 元素模擬，在 ANSYS 建好圖形並分析，以得到鋼輪振動特性。鋼輪結構之有限元素模型說明如下：

- (1) 元素型式：二次立體元素 (SOLID95)。
- (2) 元素分割：考慮鋼輪為一體結構，為左右對稱，但為求得實際結構的振動特性，所以使用整體分析如圖3 為有限元素模型。
- (3) 位移限制條件：考慮為 free-free，故不用設定。
- (4) 負荷條件：模態分析部分為無任何設定。簡諧響應分析輸入一單位簡諧外力之力在軸向端面，以求得與實驗模態分析對應的軸向端面、環形之徑向之頻率響應之函數。

3-2. 實驗模態分析

圖4 為鋼輪進行實驗模態分析之實驗架構圖，利用三個頂車用的A字架支撐鋼輪，理論上只要接觸面積夠小，就可模擬 free-free 的邊界條件。實驗之原理為利用衝擊錘對軌道車鋼輪激振，加速度計作感測器加速度計來量測其響應訊號，透過頻譜分析儀(SigLab)來接收輸入訊號及響應訊號，並求得系統之頻率響應函數。透過 ME' scope 軟體作曲線嵌合(curve-fitting)分析，來得到自然頻率、振型、阻尼比。

實驗量測點數規劃如圖5。圖5 右邊之前視圖在圓上分三十二等分每一等分十一個點共352 點，細分如下：Flange：三個點；Web：六個點；Hub：二個點。圖5 左邊之側視圖在圓周上三十二等分處，Tyre 每一等分分兩點共64點。總點數416點。

將二個加速度計依序固定於第1點及第171點，移動衝擊錘驅動器來量測鋼輪。本實驗是以固定加速度計，移動衝擊錘方式進行實驗。依序敲擊每一個點如

圖6 所示，敲擊次數為3次取平均，時間域下觀察是否有二次衝擊。敲擊一次可得到二筆資料，總共獲得416組932個頻率響應函數。依序量測各點並記錄之。將量測所得資料進行曲線嵌合求得鋼輪之模態參數與頻率響應函數。

3-3. 模型驗證

圖7 主要在介紹模型驗證之觀念。在實驗模態分析中，主要是以分析實際結構，因此驗證必須以實驗模態分析結果作為比較之基準。在有限元素分析中，進行收斂性分析主要在於確認有限元素模型之正確性。由有限元素分析之系統內涵與實驗模態分析之結果進行比較驗證。若是不符合則修正材料性質或適當邊界條件，一般結構之幾何性質通常可經由分析模型明確地定義，經過反覆修正、驗證，則可模擬出實際結構之有限元素模型。

4. 結果與討論

本節以完成模態驗證之結果作比較分析。

4-1. 頻率響應函數(FRF)與關聯性函數探討

圖8 為實驗模態分析頻率響應函數圖形與合成曲線(synthesize)互相比對。本實驗以加速度計固定量測第1點，衝擊錘敲擊第1點，軸向之頻率響應函數，如圖8(a) 所示。衝擊錘敲擊第4點，軸向之頻率響應函數，如圖8(b) 所示。衝擊錘敲擊第11點，軸向之頻率響應函數，如圖8(c) 所示。衝擊錘敲擊第353點，徑向之頻率響應函數，如圖8(d) 所示，綜合討論分析如下：

- (1) 圖8 左邊四個圖形，實現為實驗所得到的 FRF；對應右邊四個圖為關聯數函數，若越接近1表示實驗結構之頻率響應函數正確性越好。本實驗關聯函數普遍不理想，可能是激振力不夠的原因。虛線為合成曲線為由曲線嵌合得到，用來驗證實驗得到結果的合理性。
- (2) 圖8(a) 輸入輸出點皆為第1點，而頻率響應函數稱為同點頻率響應函數(point FRF)；圖8(b)、圖8(c) 與圖8(d) 輸入輸出點階為不同點，而此頻率響應函數稱為轉移頻率響應函數(transfer FRF)。
- (3) 軌道車輪有興趣的頻率在5KHz以內。
- (4) 由圖8(d) Tyre 部位之自然頻率也都在2500-3500Hz明顯看出多個峰值。

4-2. 模態參數之驗證探討

模態參數主要可分為自然頻率、模態振型及阻尼比三項來驗證探討。

4-2-1. 自然頻率之比較

表1 為有限元素分析所得5000Hz 以內前57個模態之自然頻率及對應模態振型總表，表2 各模態之自然頻率比較表，綜合討論如下：

- (1) 編號R-1~R-6 為剛體模態(rigid body mode)，其頻率皆為0Hz，此乃鋼輪為自由邊界合理之物理現象。F-1~F-57 為5000Hz 以內鋼輪之彈性模態(flexible body mode)。
- (2) 表2 EMA 所得模態以E 表示，可觀察得知FEA 之F-1、F-5、F-7、F-8、F-11、F-13、F-15、F-18、F-20、F-23、F-26、F-28、F-31、F-33、F-35、F-40、F-42、F-43、F-49、F-51、F-52、F-54、F-57，為軸對稱成對出現之對稱，兩個軸對稱模態之頻率相近，實驗中，無法明確辨別，僅得一個模態。
- (3) F-21、F-22、F-37、F-38、F-45、F-46，無法在實驗中找到相對應的模態，可能是因為邊界條件而消失。
- (4) EMA及FEA有相對應到的模態之自然頻率為正負4.90%，在正負5% 合理範圍內。

4-2-2. 模態振型

鋼輪可視為圓板及圓環的組合，所以出現的模態也是這兩個結構特性的獨立及複合的模態，茲分類如下：將鋼輪分成三塊圓版，外板為A模態、中板為B模態、內板為C模態；外環為D模態，內環為E模態。列舉FEA與EMA說明如下：

- (1) 編號R-1 到R-6 為剛體運動(rigid body mode)效應的現象；編號F-1 到F-24 代表彈性模態(flexible body mode)振型。
- (2) 表3 為理論與實驗對應模態振型振型狀況。

4-2-3. 阻尼比之驗證

在實驗進行中，由於量測加速度響應而加了對數加權函數(Exponential Window)，所量得之響應有阻尼加重之效應，其值並不真正的阻尼比，故必須加以修正，表4 為實驗與修正後之值。

5. 結論與建議

本文是利用有限元素分析，先由模態分析求得系統之模態參數，包含自然頻率、模態振型，與實驗模態分析做比較驗證，重要結果如下：

- (1) 理論與實驗大致上鋼輪振動模態參數如自然頻率與模態振型有合理的對應。
- (2) F-21、F-22、F-37、F-38、F-45、F-46，無法在實驗中找到相對應的模態，可能是因為邊界條件而消失。
- (3) Tyre面上實驗所得關連性函數普遍偏低，應可獨立作實驗量測，相信結果會更好些。
- (4) 經模態驗證之有限元素分析模型可做為之設計

變更分析。

6. 誌謝

感謝台北大眾捷運股份有限公司提供捷運車輪，使本文得以順利完成，特此誌謝。

7. 參考文獻

1. 王栢村，2001，電腦輔助工程分析之實務與應用，全華科技圖書股份有限公司，台北。
2. 王栢村，2001，ANSYS 有限元素分析應用實例，課程講義，國立屏東科技大學，屏東。
3. 陳經一，蔡國忠，2000，電腦輔助工程分析ANSYS 使用指南，全華科技圖書股份有限公司。
4. 王栢村，1996，振動學，全華科技圖書股份有限公司，台北。
5. 王偉輝，2002，「高速鐵路列車輪軌系統之振動分析」，交通部高速鐵路工程局委託，中華民國振動與噪音工程學會辦理。
6. Cataldi-Spinola, E., Glocker, Ch., Stefaneli, R., and Götsch, M., 2003, "Influence of the Wheel Diameter on the Curve Squealing of Railway Vehicles," Proceedings of the 5th European Conference on Noise Control, Naples, Italy, Paper ID. 465.
7. Jacquet-Richardet, G., and Dal-Ferro, C., 1996, "Reduction Method for Finite Element Dynamic Analysis of Submerged Turbomachinery Wheels," Computer & Structures, Vol. 61, No. 6, pp. 1025-1036.
8. Thomas, D. J, and Jones, C. J, 2002, "Sound Radiation from a Vibrating Railway Wheel," Journal of Sound and Vibration, Vol. 253, No. 2, pp. 401-419.
9. Dings, P., Verheijen, E., and Kootwijk-Damman, C., 2000, "A Traffic-Dependent Acoustical Grinding Criterion," Journal of Sound and Vibration, Vol. 231, No. 3, pp. 941-949.
10. Vernersson, T., 1999, "Thermally Induced Roughness of Tread-Braked Railway Wheels Part 1: Brake Rig Experiments," Wear, Vol. 236, pp. 96-105.
11. Vernersson, T., 1999, "Thermally Induced Roughness of Tread-Braked Railway Wheels Part 2: Modelling and Field Measurements," Wear, Vol. 236, pp. 106-116.
12. Thompson, D. J., and Jones C. J. C., 2000, "A Review of the Modelling of Wheel or Rail Noise Generation," Journal of Sound and Vibration, Vol. 231, No. 3, pp. 519-536.
13. 王栢村，陳榮亮，2001，「頻譜分析儀之功能測試」，中華民國振動與噪音工程學會第九屆學術

- 研討會論文集，新竹市，第16-20頁。
14. 尹春和、厲光耀、洪瑞勳、林鴻裕、鄭太一，2002，「結合有限元素法和田口法研究硬碟磁盤之振動特性」，2002 Taiwan ANSYS User Conference 論文集，屏東縣，第177-184頁。
 15. 厲光耀、尹春和、黃再得、林鴻裕，2002，「圓形薄環之振動特性分析」，2002 Taiwan ANSYS User Conference 論文集，屏東縣，第185-190頁。
 16. 王栢村，李雨軒，張志偉，2002，「銅鑼振動與聲音特性之探討」，中華民國振動與噪音工程學會第十屆學術研討會論文集，台北市，第245-252頁。
 17. 王栢村，曹文昌，2002，「應用有限元素分析與實驗模態分析之結構模型驗證」，中華民國振動與噪音工程學會第十屆學術研討會論文集，台北市，第131-138頁。
 18. 王栢村，張永宗，關錦穗，1995，「輪胎動態勁度及阻尼係數之測定」，中國機械工程學會第二十屆學術研討會論文集，嘉義縣，第383-390頁。
 19. Heckl, M. A., and Abrahams, I. D., 2000, "Curve Squeal of Train Wheels, Part 1:Mathematical Model for Its Generation," Journal of Sound and Vibration,. Staffordshire, England, Vol. 229, No. 3, pp. 669-693.
 20. Heckl, M. A., 2000, " Curve Squeal of Train Wheels, Part 2: Which Wheel Modes are Prone TO Squeal?, " Journal of Sound and Vibration,. Staffordshire, England, Vol. 229, No. 3, pp. 695-700.
 21. Heckl, M. A., 2000, " Curve Squeal of Train Wheels, Part 3: Active Control, " Journal of Sound and Vibration,. Staffordshire, England, Vol. 229, No. 3, pp. 709-735.
 22. Morys,D. B., 1999, " Enlargement of Out-of-Round Wheel Profiles on High Speed Train, " Journal of Sound and Vibration, Karlsruhe, Germany, Vol. 227, No. 5, pp. 965-978.
 23. Lees,D. A. W., Prells,U., and Norton, J. P., 2002 , " Experimental Modal Analysis of Motorcycle Tires, " Proceedings of the Third International Conference, Swansea, UK., pp.108-117.
 24. Nielsen, J. C. O., 2000, "Acoustic Optimization of Railway Sleepers," Journal of Sound and Vibration, Vol. 231, No. 3, pp. 753-764.
 25. Frid, A., 2000, "A Quick and Practical Experimental Method for Separating Wheel and Track Contributions to Rolling Noise," Journal of Sound and Vibration, Vol. 231, No. 3, pp. 619-629.
 26. 王栢村編著，1998，實驗模態分析，課程講義。

Model Verifization and Vibration Characteristics Analysis of a Railway Wheel

Bor-Tsuen Wang, Ying-Chieh Li

Department of Mechanical Engineering
National Pingtung University of Science and Technology

Abstract

This paper presents the finite element analysis (FEA) and experimental modal analysis (EMA) of a steel wheel for rail vehicles. First, the finite element model of wheel using 3D solid elements is constructed to perform modal analysis and obtain theoretical modal parameters. EMA is also adopted to experimentally determine modal properties, including natural frequencies, mode shapes and damping ratios. Base on the experimentally extracted modal data, the theoretical FE model of the wheel can, therefore, be verified by adjusting material constants. The idea and procedure of model verification is illustrated. The vibration characteristics of steel wheel can also be realized and physically interpreted. The validated wheel model can be employed for further studies, such as wheel/rail contact problem, wheel/axel analysis, and etc.

Key word: Railway Wheel, Natural Frequency, Mode Shapes, Finite Element Analysis, Experimental Modal Analysis, Vibration

表1. 理論各模態振型

編號	頻率 (Hz)	俯視圖	前視圖	右側視圖	立體圖
R-01	0				
R-02	0				
R-03	0				
R-04	0.79380E-03				
R-05	0.94224E-03				

表1. 理論各模態振型(續)

R-06	0.10051E-02				
F-01	383.11				
F-02	383.11				
F-03	467.85				
F-04	756.14				
F-05	756.14				

F-06	1055.88				
F-07	1055.88				
F-08	1625.12				
F-09	1625.12				
F-10	1691.27				
F-11	1778.05				

F-12	1778.05				
F-13	1917.97				
F-14	1917.97				
F-15	1938.90				
F-16	1938.90				
F-17	2486.81				

F-18	2486.81				
F-19	2665.14				
F-20	2665.14				
F-21	2717.47				
F-22	2717.47				
F-23	2775.70				

表1. 理論各模態振型(續)

F-24	2775.70				
F-25	2888.49				
F-26	2888.49				
F-27	2988.89				
F-28	3108.69				
F-29	3108.69				

F-30	3264.46				
F-31	3414.96				
F-32	3414.96				
F-33	3513.22				
F-34	3513.22				
F-35	3821.41				

F-36	3821.41				
F-37	3839.91				
F-38	3839.91				
F-39	3921.40				
F-40	3921.40				
F-41	3985.62				

F-42	3985.62				
F-43	4125.85				
F-44	4125.85				
F-45	4195.56				
F-46	4195.56				
F-47	4213.54				

表1. 理論各模態振型(續)

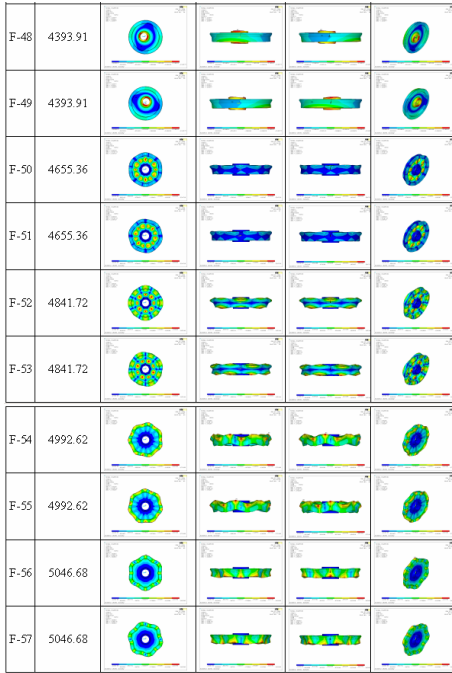


表2. 各模態之自然頻率

F E A		E M A		誤差
Mode	Hz	Mode	Hz	%
F-01	383.11		X	X
F-02	383.11	E-01	382.97	0.04
F-03	467.85	E-02	472.23	-0.93
F-04	756.14	E-03	720.79	4.90
F-05	756.14		X	X
F-06	1055.88	E-04	1049.2	0.64
F-07	1055.88		X	X
F-08	1625.12		X	X
F-09	1625.12	E-05	1658.7	-2.02
F-10	1691.27	E-06	1725.5	-1.98
F-11	1778.05		X	X
F-12	1778.05	E-07	1869.6	-4.90
F-13	1917.97		X	X
F-14	1917.97	E-08	1910.3	0.40
F-15	1938.90		X	X
F-16	1938.90	E-09	1949	-0.52
F-17	2486.81	E-10	2594.6	-4.15
F-18	2486.81		X	X
F-19	2665.14	E-11	2649.7	0.58
F-20	2665.14		X	X
F-21	2717.47		X	X

F E A		E M A		誤差
Mode	Hz	Mode	Hz	%
F-22	2717.47		X	X
F-23	2775.70		X	X
F-24	2775.70	E-12	2808	-1.15
F-25	2888.49	E-13	2873	0.54
F-26	2888.49		X	X
F-27	2988.89	E-14	3003.5	-0.49
F-28	3108.69		X	X
F-29	3108.69	E-15	3157.1	-1.53
F-30	3264.46	E-16	3347.2	-2.47
F-31	3414.96		X	X
F-32	3414.96	E-17	3369.1	1.36
F-33	3513.22		X	X
F-34	3513.22	E-18	3604	-2.52
F-35	3821.41		X	X
F-36	3821.41	E-19	3793.8	0.73
F-37	3839.91		X	X
F-38	3839.91		X	X
F-39	3921.40	E-20	3889.4	0.82
F-40	3921.40		X	X
F-41	3985.62	E-21	4015.4	-0.74
F-42	3985.62		X	X
F-43	4125.85		X	X
F-44	4125.85	E-22	4204.9	-1.88
F-45	4195.56		X	X
F-46	4195.56		X	X
F-47	4213.54		X	X
F-48	4393.91	E-23	4280.9	2.64
F-49	4393.91		X	X
F-50	4655.36	E-24	4522.4	2.94
F-51	4655.36		X	X
F-52	4841.72		X	X
F-53	4841.72	E-25	4847.2	-0.11
F-54	4992.62		X	X
F-55	4992.62	E-26	4935.4	1.16
F-56	5046.68	E-27	4992.8	1.08
F-57	5046.68		X	X

表3. 理論與實驗對應模態振型情況

編號	頻率 (Hz)	俯視圖	前視圖	右側視圖	立體圖
F-2	理論 888.11				
E-1	實驗 882.97				
F-3	理論 467.85				
E-2	實驗 472.23				
F-4	理論 756.14				
E-3	實驗 720.79				

F-6	理論 1055.88				
E-4	實驗 1049.2				
F-9	理論 1625.12				
E-5	實驗 1658.7				
F-10	理論 1691.27				
E-6	實驗 1725.5				

F-12	理論 1778.05				
E-7	實驗 1869.6				
F-14	理論 1917.97				
E-8	實驗 1910.3				
F-16	理論 1938.90				
E-9	實驗 1849				

表3. 理論與實驗對應模態振型情況(續)

F-17	理論 2486.81				
E-10	實驗 2594.6				
F-19	理論 2665.14				
E-11	實驗 2649.7				
F-24	理論 2775.70				
E-12	實驗 2808				

F-25	理論 2888.49				
E-13	實驗 2873				
F-27	理論 2988.89				
E-14	實驗 3003.5				
F-29	理論 3108.69				
E-15	實驗 3157.1				

F-30	理論 3264.46				
E-16	實驗 3347.2				
F-32	理論 3414.96				
E-17	實驗 3369.1				
F-34	理論 3513.22				
E-18	實驗 3604				

表3. 理論與實驗對應模態振型情況(續)

F-86	理論	3821.41				
E-19	實驗	3793.8				
F-89	理論	8921.40				
E-20	實驗	8889.4				
F-41	理論	3985.62				
E-21	實驗	4015.4				
F-44	理論	4125.85				
E-22	實驗	4204.9				
F-48	理論	4398.91				
E-23	實驗	4280.9				
F-50	理論	4655.36				
E-24	實驗	4522.4				
右邊縱排						
F-58	理論	4841.72				
E-25	實驗	4847.2				
F-55	理論	4992.62				
E-26	實驗	4935.4				
F-56	理論	5046.68				
E-27	實驗	4992.8				

表4. 阻尼比及其修正值

實驗模態	實驗值 (%)	修正值 (%)
E-1	0.424	0.1250
E-2	1.174	0.9317
E-3	1.029	0.8704
E-4	0.174	0.0649
E-5	0.361	0.2920
E-6	0.666	0.5998
E-7	0.278	0.2165
E-8	0.093	0.0333
E-9	0.218	0.1594
E-10	0.114	0.0700
E-11	0.096	0.0530
E-12	0.081	0.0400
E-13	0.048	0.0082
E-14	0.065	0.0269
E-15	0.132	0.0955
E-16	0.127	0.0923
E-17	0.061	0.0273
E-18	0.059	0.0269
E-19	0.074	0.0436
E-20	0.044	0.0147
E-21	0.079	0.0510
E-22	0.054	0.0272
E-23	0.039	0.0120
E-24	0.057	0.0314
E-25	0.038	0.0145
E-26	0.028	0.0044
E-27	0.023	0.0002

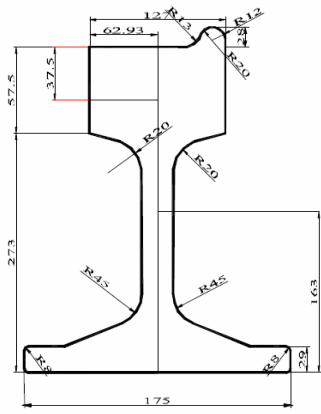


圖1. 鋼輪之剖面示意圖

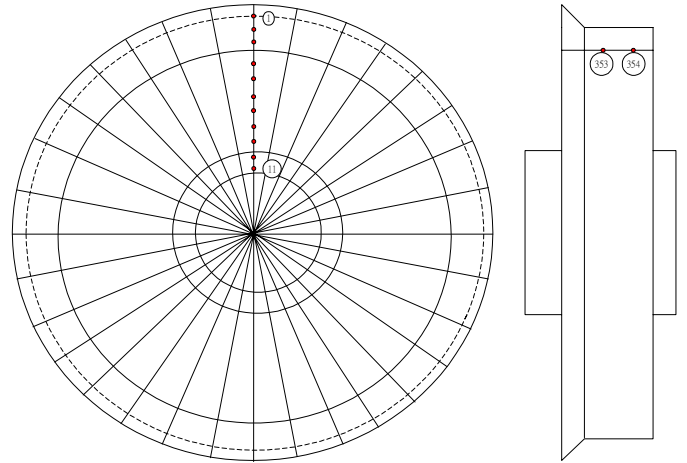


圖5. 點數規劃

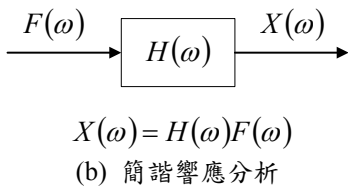
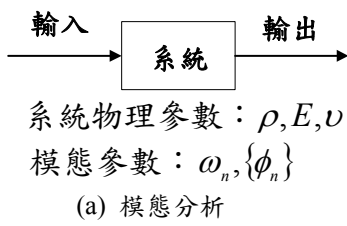


圖2. 典型的振動問題分析方塊圖

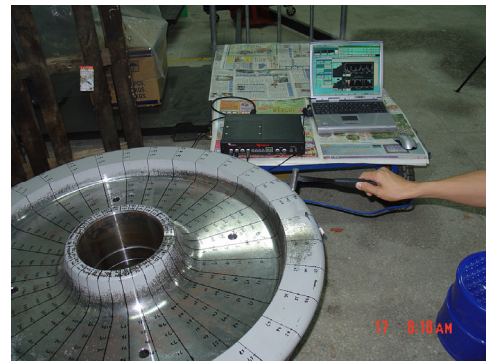


圖6. 敲擊示意圖

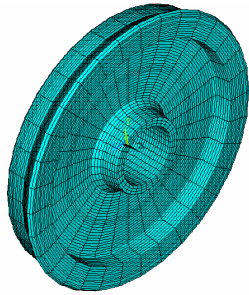


圖3. 有限元素模型



圖4. 結構特性分析之實驗架構圖

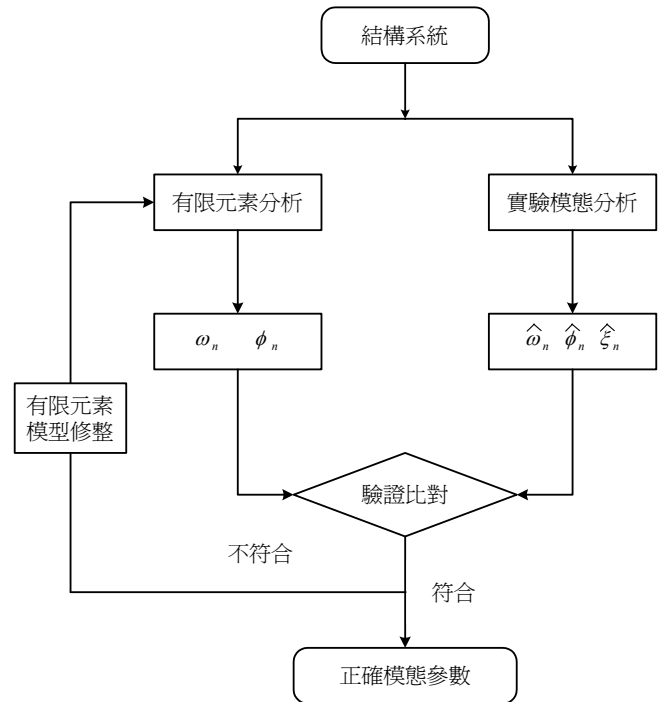
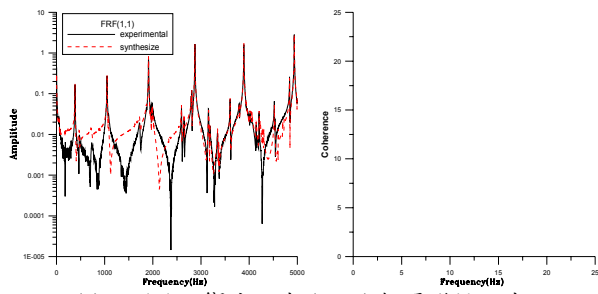
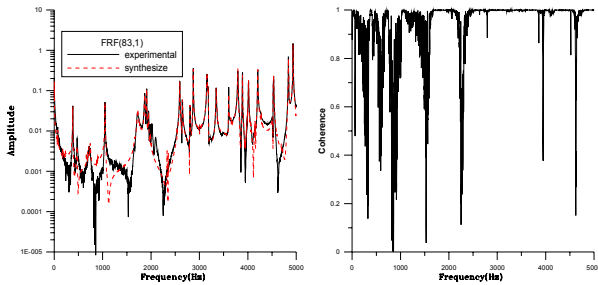


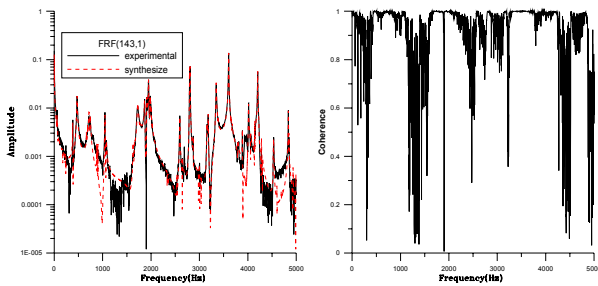
圖7. 模型驗證之流程圖建構理念有限元素模型



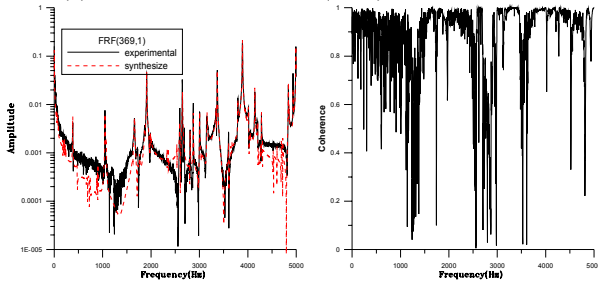
(a) H1,1之響應函數(FRF)與關聯性函數



(b) H83,1之響應函數(FRF)與關聯性函數



(c) H143,1之響應函數(FRF)與關聯性函數



(d) H369,1之響應函數(FRF)與關聯性函數

圖8. 響應函數與關聯性函數之驗證比較