

小提琴f孔效應於音場響應分析之探討

王栢村、楊茂川、袁淡名、葉祖舜、陳俊廷、蘇秉翔

國立屏東科技大學 機械系

wangbt@mail.npust.edu.tw

科技部計畫代號：108-2221-E-020-018

摘要

小提琴面板上的 f 孔會影響聲音輻射而備受關注。本文旨在探討 f 形狀孔對小提琴聲音響應之影響。首先建立具有正常 f 孔的小提琴結構，進行模態分析與簡諧響應分析，取得結構自然頻率和對應的位移模態振型及振動頻譜。也考慮小提琴與空氣相互耦合，建立小提琴結構和空氣耦合分析模型，進行模態分析及簡諧響應分析，取得模態參數和振動與聲音頻譜。可預測小提琴的自然頻率，顯示其結構位移模態振型和空氣聲音壓力模態振型，也能預測聲音頻譜，探討結構與空氣耦合之關聯性。最後對正常 f 孔、較小 f 孔和無 f 孔的小提琴，探討小提琴的發聲機制和聲音頻譜。結果顯示，低於 500 Hz 的聲音頻譜，主要受音箱腔體模態影響，而貢獻到聲音頻譜的結構彈性體模態，主要高於 500 Hz。由於音箱腔體模態效應，具有 f 孔的小提琴比無 f 孔的小提琴聲音輻射更強。正常 f 孔和較小 f 孔的小提琴，則有相似的彈性體振動模態，可有效引發聲音輻射但自然頻率相異。本文對小提琴進行結構和空氣耦合的音場分析，驗證了小提琴的聲音輻射機制。此分析技術可應用於研究其它小提琴零組件效應及幾何形狀或材料之影響。

關鍵詞：小提琴、f 孔、音場分析、自然頻率、位移模態振型、聲音壓力模態振型

1. 前言

小提琴為一種高頻率的弦樂器，其發聲機制是由弓拉動琴弦，琴弦傳遞到琴橋，琴橋傳遞到音箱結構，最後由音箱結構擴大響度。Hutchins [1] 探討小提琴的面板組裝，對小提琴面板進行了振動的測量，在組裝的小提琴中，面板和腔體的振動模態之間的耦合會產生額外的共振，小提琴板的彎曲區域運動曲率較大，發現小提琴中去除面板上的塗料時，會讓聲音聽起來較圓潤不刺耳。Stanciu et al. [2] 以數值研究方式探討雲杉與楓木此兩種木材在材料為等向性、正交性對振動的影響，並透過有限元素分析(finite element analysis, FEA)進行驗證，得知楓木比雲杉更容易受到振動影響。Duerinck et al. [3] 以六種不同複合材料製作小提琴，使用衝擊錘、加速規、激振器與雷射位移計進行實驗模態分析，發現複合材料在頻率 2200 Hz 時振幅有明顯影響，可識別出 A0 及 B1 模態，且振幅比木製的小提琴還低。Nia et al. [4] 透過理論研究小提琴各年代 f 孔的演變及其對聲音的影響，發現隨著年代越接近現代，小提琴的頻率也逐漸變高，f 孔的長度也變長，並發現小提琴剛體模態的亥姆赫茲共振效應比彈性體模態更顯著。

有限元素分析為本文探討小提琴主要的方法，相比實驗分析能減少大部分的成本與時間，但須建立在有限元素模型與實際模型等效的條件下才成立。王等人[5]對小提琴在純結構、結構與空氣耦合條件下，利用有限元素分析探討空氣對小提琴的影響，發現空氣對結構振動影響不大，但發聲機制與空氣條件有關，而內部腔體模態會影響樂器發聲頻率。王等人[6]對縮小音孔的拇指琴進行模型驗證，以探討音孔幾何大小對於聲音頻譜的影響，發現音孔縮小會導致拇指琴音箱腔體模態的自然頻率下降。

聲音與空氣的關係密不可分，空氣振動的頻率及壓力等均會影響聲音的音色。Gough[7]探討小提琴發聲機制與外殼振動特性，透過標準耦合振盪器理論來解釋，發現發聲機制透過琴橋與琴腳處當作聲學變壓器，將能量傳遞給面板與背板，再由 f 孔與內部腔體產生亥姆赫茲共振來達到擴大聲音的作用。Gluga et al. [8] 以六種不同的木材做為小提琴背板，替代常見的捲曲楓木背板，進行實驗模態分析後，發現柳木與楊木作為背板時，基音頻率的值提高，而密度較高的如角樹、胡桃木、白蠟木和楓木基音頻率則會降低，結果顯示角樹、柳木及白蠟木適合作為小提琴背板的材料。

本文擬透過有限元素分析，分別對小提琴純結構系統，以及結構與空氣耦合系統，探討結構模態與空氣模態，以及振動頻譜與聲音頻譜的關聯性。

2. 小提琴純結構系統之模態分析及簡諧響應分析

本節利用有限元素法(finite element method, FEM)進行模態分析與簡諧響應分析，探討純結構系統的小提琴在不考慮空氣聲場下的振動特性。圖 1 為小提琴幾何結構示意圖，幾何包含面板、背板、側板、琴橋、低音梁、琴頸、音柱及拉弦板。圖 2 為小提琴有限元素模型，有標示了模型座標的 X, Y, Z 方向，元素類型為立體元素，元素的數量大約為 20 萬個，對應的小提琴實體結構為自由邊界，且模擬小提琴模型的零組件為直接接觸，但依照零組件的不同，使用對應的材料參數。

圖 3 為小提琴有限元素分析流程圖，本文首先會建立正常 f 孔、無 f 孔與縮小 f 孔的小提琴有限元素模型，並分別進行分析探討：

1. 針對純結構系統進行模態分析取得自然頻率 f_n 與結構位移模態振型 ϕ_r ，接著進行簡諧響應分析取得加速度頻率響應函數 H_{ij} 。
2. 針對結構與空氣耦合系統進行模態分析取得其結構與空氣耦合之自然頻率 f_r^{sa} 與空氣聲音壓力振型 ϕ_r^{sa} ，



且將聲音壓力振型分類為結構位移模態振型 ϕ_r^s 、結構與空氣耦合模態振型 ϕ_r^{sa} 、純空氣模態振型 ϕ_r^a ，然後進行簡諧響應分析取得加速度頻率響應函數 H_{ij}^s 與空氣聲音壓力響應函數 H_{kj}^{sa} 。

圖 4 為純結構系統之模態分析與簡諧響應分析系統流程方塊圖，分別敘述以下：

1. 透過在物理域探討結構振動響應，輸入為外力之時間域訊號 $f_j(t)$ ，輸出為面板與背板加速度之時間域訊號 $A_i(t)$ ，系統中結構 GMBI 分別為小提琴結構的幾何(Geometry)、零組件對應的材料(Material)、結構的邊界(Boundary)及零組件接觸之介面(Interface)。
2. 對物理域進行模態分析可得到模態域中的模態參數，包含自然頻率 f_r 、模態振型 ϕ_r 與阻尼比 ξ_r ，但阻尼比 ξ_r 僅實驗分析可取得。
3. 頻率域中，輸入為外力頻譜 $F_j(f)$ ，輸出為加速度頻譜 $A_i(f)$ ，輸出點設定為面板與背板，系統為加速度頻率響應函數 $H_{ij}(f)$ ，其定義為：

$$H_{ij}(f) = \frac{A_i(f)}{F_j(f)} \quad (1)$$

本節進行正常 f 孔小提琴的純結構系統之模態分析與簡諧響應分析，模態分析頻寬設定為 0~1000 Hz，簡諧響應分析頻寬設定為 2~1000 Hz，頻率解析度為 2 Hz。

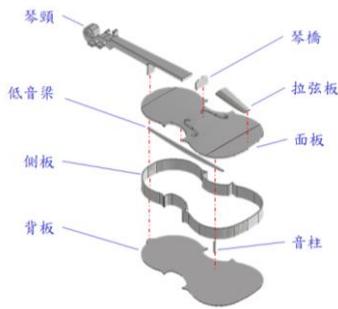


圖 1 小提琴幾何結構示意圖

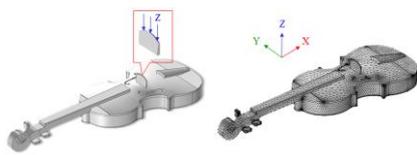


圖 2 小提琴有限元素模型

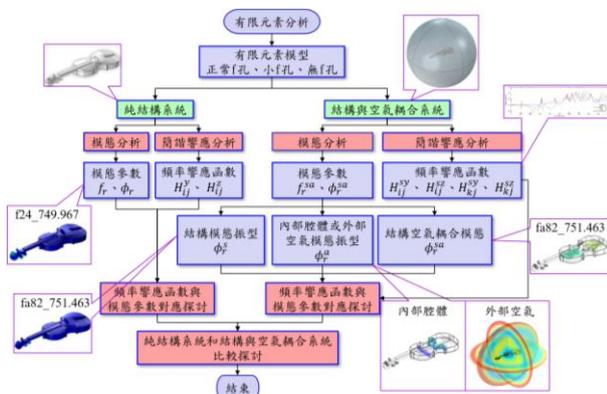


圖 3 小提琴有限元素分析流程圖

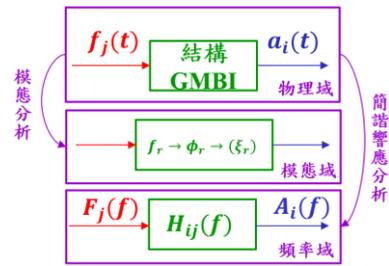


圖 4 純結構系統之模態分析與簡諧響應分析系統流程方塊圖

表 1 小提琴純結構系統自然頻率總表

模態編號	自然頻率(Hz)	物理意義(x, y)		
		全域	局部	
			面板	背板
f_07	111.382	(3, 1)	(2, 1)	(2, 1)
f_08	227.541	(3, 1)	(2, 1)	(2, 1)
f_09	316.231	琴頭	(2, 1)	(2, 1)
f_10	385.912	旋鈕	(2, 2)	(2, 2)
f_11	454.348	拉弦板	(1, 1)	(1, 1)
f_12	552.893	(1, 2)	(1, 2)	(1, 2)
f_13	564.224	旋鈕	(3, 1)	(3, 1)
f_14	579.166	旋鈕	(3, 1)	(3, 1)
f_15	609.784	旋鈕	(3, 1)	(3, 1)
f_16	619.899	旋鈕	(3, 1)	(3, 1)
f_17	645.424	琴頭	(1, 1)	(1, 1)
f_18	667.756	(2, 1)	(1, 1)	(1, 1)
f_19	674.906	旋鈕	(2, 2)	(2, 2)
f_20	679.527	旋鈕	(2, 2)	(3, 1)
f_21	697.697	旋鈕	(2, 2)	(2, 2)
f_22	701.165	旋鈕	(2, 2)	(2, 2)
f_23	742.993	(2, 3)	(1, 3)	(2, 1)
f_24	749.967	琴頭	(2, 2)	(2, 2)
f_25	769.900	(3, 2)	(2, 2)	(2, 2)
f_26	816.521	(5, 2)	(2, 1)	(2, 1)
f_27	875.435	琴頭	(2, 2)	(2, 2)
f_28	889.106	(3, 2)	(2, 2)	(1, 2)
f_29	931.139	(2, 2)	(2, 2)	(1, 2)
f_30	941.679	旋鈕	(2, 2)	(2, 2)
f_31	944.761	旋鈕	(2, 1)	(1, 1)
f_32	960.846	(3, 2)	(1, 1)	(1, 1)

2.1 模態分析

本小節主要探討小提琴整體與音箱在純結構系統的位移模態振型。表 1 為小提琴純結構系統自然頻率總表，為純結構系統模態分析後所得到的自然頻率總表，表 2 為小提琴純結構系統模態振型表，其中為典型或特殊的結構位移模態振型，討論如下：

1. 第一個類型以整體小提琴的全域觀點來看，屬於全域模態的位移模態振型，如表 2 中的模態 f12, f26, f28, f32，此類型屬於小提琴整體的彈性體模態，與此類型相似的模態，於表 1 中標示藍色網底。而表 2 中的模態 f08，其位移模態振型由小提琴的全域觀

點來看屬於全域模態，但是其音箱的位移模態振型是剛體模態，因較為特殊故將其局部視角標示為黃色網底。

- 第二個類型以整體小提琴的全域觀點來看，屬於局部模態的位移模態振型，如表 2 中的模態 f11, f31，此類型屬於小提琴音箱的彈性體模態。
- 第三個類型以整體小提琴的全域觀點來看，同樣屬於局部模態的位移模態振型，但此類型小提琴音箱的位移模態振型屬於剛體模態，如表 2 中的模態 f09，在後續聲音頻譜響應的探討，發現此類型的模態對聲音的影響很小。

表 2 小提琴純結構系統模態振型表

模態編號	整體結構	音箱結構
f08_227.5	(3, 1)	(2, 1)
f09_316.2	琴頭	(2, 1)
f11_454.3	拉弦板	(1, 1)
f12_552.8	(1, 2)	(1, 2)
f26_816.5	(5, 2)	(2, 1)
f28_889.1	(3, 2)	(2, 2)
f31_944.8	旋鈕	(2, 1)

表 2 小提琴純結構系統模態振型表(續)

模態編號	整體結構	音箱結構
f32_960.8	(3, 2)	(1, 1)

2.2 簡諧響應分析

本小節主要探討純結構系統的頻率響應函數與峰值頻率對應的位移模態振型。面板與背板屬於小提琴中體積相對大的零組件，對整體影響較大，圖 5 為面板與背板加速度響應頻譜比較，輸入的力為 Z 方向，而輸出為面板與背板的加速度頻譜，藍線為面板的加速度響應頻譜，紅線則為背板的加速度響應頻譜，討論如下：

- 標示為紅框的模態，如模態 f07, f09, f23，此類型的背板加速度響應比面板大，其中，模態 f07 與模態 f09 以小提琴的全域觀點來看，屬於琴頭垂直擺動的彈性體模態，可得知琴頭垂直擺動會使背板的振動響應變大；模態 f23 為背板加速度響應最大的模態，其位移模態振型為背板主導的振動，而面板的振動可能是由背板傳遞至音柱再傳遞至面板所激發。
- 標示為藍框的模態，如模態 f12, f16，此類型的面板加速度響應比背板大，模態 f12 以小提琴的全域觀點來看屬於彈性體模態，此模態以小提琴中心 X 軸為節線，音箱做垂直振動，而面板比背板響應大的原因，推測是因低音梁將下方的振動傳遞至面板上方，才導致面板的響應比背板大；模態 f16 音箱的模態振型為彈性體模態，因輸出點設置均靠近琴頭處，導致此模態下方的振動以低音梁傳遞至面板，激發面板加速度頻譜的峰值。

- 標示為綠框的模態，如模態 f26，此類型的面板與背板加速度響應振幅大約相同，由單獨音箱的位移模態振型來看，面板與背板都是(2, 1)模態，其響應振幅大約相同，若從小提琴的全域觀點來看，是琴頭振動響應較大的彈性體模態。

整體來看，面板與背板在加速度響應十分相近，但只有面板有 f 孔，故後續透過面板加速度探討不同方向力結構的振動響應頻譜。

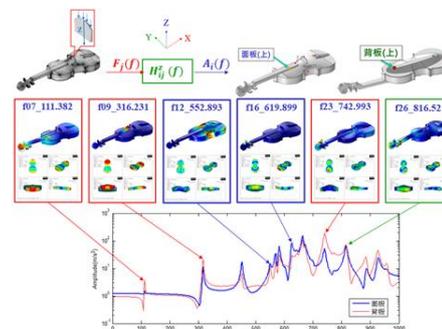


圖 5 面板與背板加速度響應頻譜比較

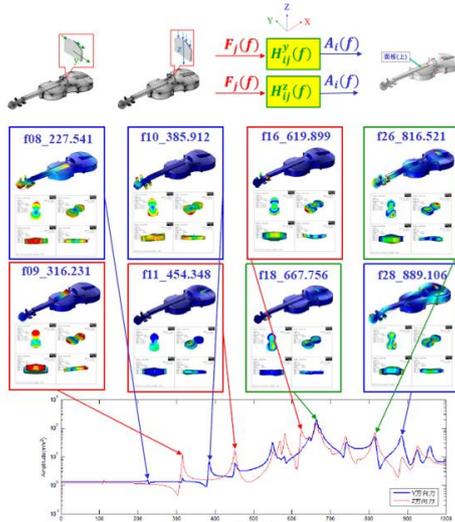


圖 6 在琴橋不同施力方向之面板加速度響應頻譜比較

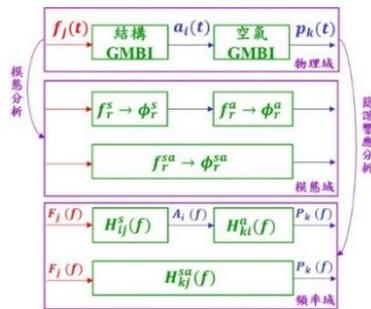


圖 7 結構與空氣耦合系統之模態分析與簡諧響應分析的系統流程方塊圖

小提琴拉奏時主要對琴弦施加壓力(Z 方向)與拉力(Y 方向),故本文在琴橋上以獨立施加 Y 與 Z 方向外力的方式模擬,以探討兩者對於小提琴結構振動響應頻譜的影響。

圖 6 為在琴橋不同施力方向之面板加速度響應頻譜比較,輸入力的不同方向分別為 Y 與 Z 方向,輸出兩頻譜同為面板的加速度響應,藍線為琴橋受 Y 方向力的加速度響應頻譜,紅線為琴橋受 Z 方向力的加速度響應頻譜,討論如下:

1. 標示為藍框的模態,例如:模態 f08, f10, f28, Y 方向力的響應較 Z 方向力大;模態 f08 以整體小提琴的為全域觀點來看屬於琴頭的局部平移模態,導致琴橋受 Z 方向力時,並無激發此模態,而模態 f10 音箱結構的位移模態振型屬於平移的剛體模態,造成 Z 方向力無激發此模態,最後,模態 f28 以整體小提琴的為全域觀點來看屬於全域模態的彈性體模態,其為垂直擺動,推測其 Y 方向力頻譜較高的原因是因響應的輸出點剛好受 Y 方向力影響較大。
2. 標示為紅框的模態,例如:模態 f09, f11, f16, Z 方向力的響應較 Y 方向力大;模態 f09 以整體小提琴的為全域觀點來看屬於局部模態,因其模態振型為琴頭垂直擺動,導致 Z 方向力的響應較大,而模態 f11 Z 方向響應較大的原因與模態 f09 類似,唯一的差別是模態 f11 垂直擺動的為拉弦板,最後,模態

f16 因其音箱結構位移模態振型,為節線在 Y 軸的彈性體模態,因此受 Z 方向外力響應較大。

3. 標示為綠框的模態,例如:模態 f18, f26 為兩方向響應差不多的峰值,兩個模態音箱結構的位移模態振型在輸出點附近的振動方向為 Y 方向加 Z 方向,導致兩個模態的響應差不多。

3. 小提琴結構與空氣耦合系統之模態分析及簡諧響應分析

本節探討小提琴結構與空氣耦合系統,其振動頻譜與聲音頻譜的關聯性。圖 7 為結構與空氣耦合系統之模態分析與簡諧響應分析的系統流程方塊圖,透過物理域分析結構與空氣的振動,輸入為外力之時間域訊號 $f_j(t)$,輸出為加速度之時間域訊號 $a_i(t)$ 及聲音壓力之時間域訊號 $p_k(t)$,系統分別為結構 GMBI 與空氣的 GMBI,對物理域進行有限元素分析來取得模態域的方塊流程圖。

模態域可得到結構振動自然頻率 f_r^s 對應的結構位移振型 ϕ_r^s 、空氣振動自然頻率 f_r^a 對應的空氣模態振型 ϕ_r^a 及結構與空氣耦合系統的自然頻率 f_r^{sa} 與對應的結構與空氣耦合模態振型 ϕ_r^{sa} 。

頻率域中,輸入為外力之頻率域訊號 $F_j(f)$,大小為 1N,位置是琴橋,方向為 Z 方向輸出為加速度之頻率域訊號 $A_i(f)$ 與聲音壓力之頻率域訊號 $P_k(f)$,系統為結構位移頻率響應函數 H_{ij}^s 、聲音壓力頻率響應函數 H_{ki}^a 與結構與空氣耦合系統聲音壓力頻率響應函數 H_{kj}^{sa} 。模態分析的頻寬設定為 0~1000 Hz,而簡諧分析的頻寬設定為 5~1000 Hz,頻率解析度為 5 Hz。

3.1 模態分析

本小節主要探討純結構系統的位移模態振型與結構與空氣耦合系統的聲音壓力模態振型。表 3 為小提琴純結構系統和結構與空氣耦合系統之自然頻率比較表,為純結構系統跟結構與空氣耦合系統模態分析得到的自然頻率總表,表 4 為小提琴純結構系統和結構與空氣耦合系統模態振型比較表,其中為典型或特殊的聲音壓力模態振型圖及其對應的結構位移模態振型,討論如下:

1. 第一個類型:此類型的特徵為,結構與空氣耦合系統有模態,但純結構系統沒有模態,例如:模態編號 fa12, fa23, fa25, 有黃色網底標示,此類型屬於音箱內部的腔體模態,如表 4 中,結構與空氣耦合系統的聲音壓力模態振型,可以觀察到皆為音箱內部的腔體模態。因為此類型的空氣腔體模態和結構振動無關,所以,在純結構系統分析無法分析得到。
2. 第二個類型:此類型的特徵為,純結構系統和結構與空氣耦合系統對應的模態,如表 4 中,純結構系統的模態 f07,對整體小提琴的全域觀點,可以界定其位移模態振型為(3, 1)模態,但由音箱局部觀點來看,是典型的(2, 1)模態。對應 f07 的結構與空氣耦合系統之模態為 fa09,在結構與空氣耦合系統時,其結構模態位移振型特徵與純結構系統相同;不過,空氣的聲音壓力模態振型,主導的是音箱內部的空

氣模態，音箱外部的空氣模態效應相對較小。與此類型類似的模態，為表3網底標示為綠色。

3. 第三個類型：此類型的特徵，為純結構系統有模態，但結構與空氣耦合系統沒有模態，例如模態編號f31，由整體小提琴的全域觀點來看，屬於旋鈕的局部模態，由音箱局部觀點來看，則是接近(2, 1)模態，在後續的振動與聲音頻譜響應探討，可發現(2, 1)模態對振動或聲音的影響很小。

表3 小提琴純結構系統和結構與空氣耦合系統之自然頻率比較

純結構系統			結構與空氣耦合系統		
模態編號	自然頻率(Hz)	物理意義(x, y)	模態編號	自然頻率(Hz)	模態類型
f_07	111.382	(3, 1)	fa_09	110.500	ϕ_r^{sa}
f_08	227.541	(3, 1)	fa_11	226.912	ϕ_r^{sa}
			fa_12	265.996	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部腔體
f_09	316.231	琴頸	fa_16	312.544	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
f_10	385.912	旋鈕	fa_17	384.600	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
			fa_23	429.740	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部腔體
f_11	454.348	拉弦板	fa_24	453.854	$\phi_r^a \rightarrow$ 外部空氣
			fa_25	482.552	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部腔體
f_12	552.893	(1, 2)	fa_36	550.208	ϕ_r^{sa}
f_13	564.224	旋鈕	fa_37	563.877	ϕ_r^{sa}
f_14	579.166	旋鈕	fa_38	576.714	ϕ_r^{sa}
f_15	609.784	旋鈕	fa_48	607.561	旋鈕
f_16	619.899	旋鈕	fa_49	618.090	ϕ_r^{sa}
f_17	645.424	琴頸	fa_50	642.949	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
f_18	667.756	(2, 1)	fa_56	668.405	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
f_19	674.906	旋鈕	fa_57	673.228	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
f_20	679.527	旋鈕	fa_69	677.585	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
f_21	697.697	旋鈕	fa_71	694.489	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
f_22	701.165	旋鈕	fa_72	699.587	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
f_23	742.993	(2, 3)	fa_74	745.013	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
f_24	749.967	琴頸	fa_82	751.463	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
f_25	769.900	(3, 2)	fa_97	766.559	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
f_26	816.521	(5, 2)	fa_99	816.227	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
f_27	875.435	琴頸	fa_12_6	871.294	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
f_28	889.106	(3, 2)	fa_13_1	888.777	$\phi_r^a \rightarrow$ 外部空氣
f_29	931.139	(2, 2)	fa_15_2	937.932	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
f_30	941.679	旋鈕	fa_16_3	942.655	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣
f_31	944.761	旋鈕			
f_32	960.846	(3, 2)	fa_16_4	952.666	$\phi_r^a \rightarrow$ 內部空氣

表4 小提琴純結構系統和結構與空氣耦合系統主要模態振型比較表

純結構系統		結構與空氣耦合系統
f07 111.382		fa09 110.500
整體 \rightarrow (3, 1)	面板 \rightarrow (2, 1)	內部空氣
無對應模態		fa12 265.996
		內部腔體
f10 385.912		fa17 384.544
整體 \rightarrow 旋鈕	面板 \rightarrow (2, 2)	內部空氣
無對應模態		fa23 429.740
		內部腔體
f11 454.348		fa24 453.854
整體 \rightarrow 拉弦板	面板 \rightarrow (1, 1)	外部空氣
無對應模態		fa25 482.552
		內部腔體
f18 667.756		fa56 668.405
整體 \rightarrow (2, 1)	面板 \rightarrow (1, 1)	內部空氣
f31 944.761		無對應模態
整體 \rightarrow 旋鈕	面板 \rightarrow (2, 1)	

3.2 簡諧響應分析

本小節主要探討頻率響應函數及峰值頻率對應的模態振型。圖8為純結構系統和結構與空氣耦合系統面板加速度響應頻譜比較，輸入力為Z方向，輸出為純結構系統及結構與空氣耦合系統面板的加速度，藍線為純結構系統面板加速度響應頻譜，紅線為結構與空氣耦合系統面板加速度響應頻譜，藍框為特殊的峰值，紅框為僅結構與空氣耦合系統有的峰值，綠框為兩系統均有的峰值，討論如下：

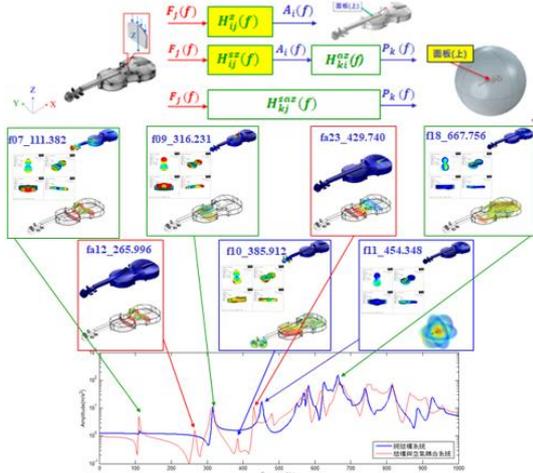


圖 8 純結構系統和結構與空氣耦合系統面板加速度響應頻譜比較

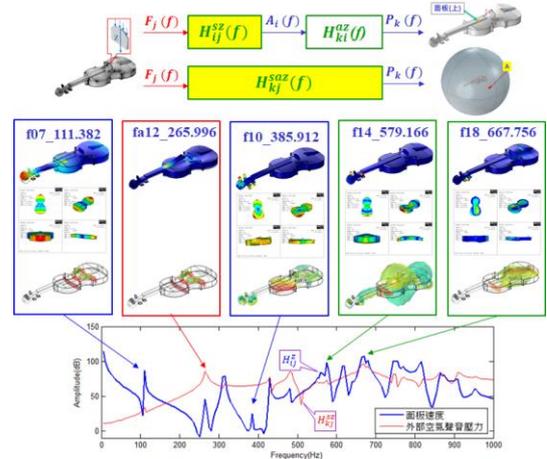


圖 9 結構與空氣耦合系統之面板速度與外部空氣聲音壓力響應頻譜比較

1. 標示為紅框的模態，為音箱的內部腔體模態，例如模態 fa12 與模態 fa23，此類模態對聲音的影響較大，此模態和表 3 與表 4 中的音箱腔體模態有相對應。而模態 f10 於結構與空氣耦合系統有峰值響應，但純結構系統沒有峰值響應，推測是因在純結構系統中響應輸出點在節線位置，導致峰值未受激發。
2. 標示為綠框的模態，為純結構系統和結構與耦合系統有對應的模態振型，例如模態 f07, f09, f18，其中，模態 f07 與模態 f09 的音箱結構位移模態振型，為剛體模態，導致響應無法如模態 f18 的彈性體模態高，在圖 9 能看出兩者對聲音頻譜的影響。
3. 模態 f11 在純結構系統有，但在結構與空氣耦合系統沒有，其結構位移模態振型以整體小提琴的全域觀點來看，為拉弦板的局部模態，在加入空氣後使原先就小的振動響應更小，使其在結構與空氣耦合系統無法被激發。

圖 9 為結構與空氣耦合系統之面板速度與外部空氣聲音壓力響應頻譜比較，輸入力為 Z 方向，輸出為面板的速度與外部空氣的聲音壓力，藍線為面板速度響應頻譜，紅線為外部空氣聲音壓力響應頻譜，討論如下：藍箭頭為面板速度響應較大的峰值，紅箭頭為外部空氣聲音壓力響應較大的峰值，討論結果如下：

1. 標示為藍框的模態，例如：模態 f07, f10，屬於面板速度響應比外部空氣聲音壓力大的模態，模態 f07 與模態 f10 的音箱結構位移振型為剛體模態，其對於聲音輻射的影響甚小，故推測剛體模態對聲音頻譜的貢獻很小。
2. 標示為綠框的模態，例如：f14, f18，也屬於面板速度響應比外部空氣聲音壓力大的模態，但其在外部空氣聲音壓力的響應較大，兩模態音箱的結構位移振型皆為彈性體模態，故推測結構的彈性體模態會影響聲音頻譜。

3. 標示為紅框的模態，例如：模態 fa12，屬於外部空氣聲音壓力響應較大的模態，模態 fa12 為音箱結構內部的腔體模態，在外部空氣響應很大，故推測腔體模態對於聲音頻譜的貢獻很大。
4. 模態 f14, f18 在兩函數中皆有激發峰值，且兩者音箱結構位移振型皆為彈性體模態。

由表 1 黃色網底處發現，在 0~400Hz，音箱結構的位移模態振型皆為剛體模態，而剛體模態對聲音輻射的影響很小，小提琴的聲音輻射主要受音箱的腔體模態主導，而在 400~1000Hz，音箱的結構模態位移振型皆為彈性體模態，聲音輻射在此频段由結構的彈性體模態主導。

4. 正常 f 孔、縮小 f 孔與無 f 孔之聲音特性與振動模態關係

本節透過獨立比對正常 f 孔小提琴、縮小 f 孔小提琴及無 f 孔小提琴三個不同系統的頻率響應函數，探討改變 f 孔幾何大小對結構振動響應與聲音輻射的影響。

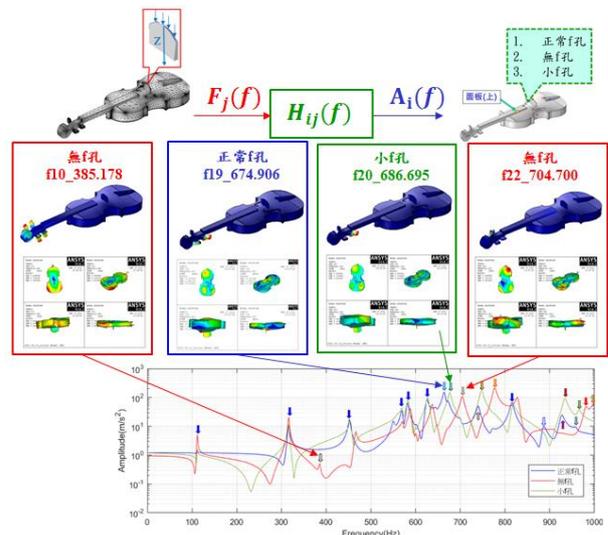


圖 10 不同 f 孔純結構系統面板加速度響應頻譜比較

圖 10 為不同 f 孔純結構系統面板加速度響應頻譜比較，輸入力為 Z 方向，輸出點為面板加速度，為正常 f 孔、縮小 f 孔及無 f 孔純結構系統的加速度頻率響應函數，其中藍線為正常 f 孔小提琴的響應，紅線為縮小 f 孔小提琴的響應，綠線為無 f 孔小提琴的響應，邊框實線網底無填滿的箭頭代表三種幾何均有的峰值，邊框虛線網底填滿的箭頭代表模態振型類似的峰值，而其中的顏色代表類似的模態，邊框實線網底無填滿的箭頭代表此模態僅標註之峰值有顯現，討論如下：

1. 由無 f 孔小提琴之模態 f10 的位移模態振型可發現，在 385.178Hz 時，僅無 f 孔小提琴結構的振動較為明顯。
2. 由正常 f 孔小提琴的模態 f19、小 f 孔小提琴的模態 f20 及無 f 孔的模態 f22 可看出，在模態振型相似時，自然頻率與 f 孔的大小成反比，推測是因 f 孔較小的小提琴之結構剛性較大，導致自然頻率提高。

圖 11 為不同 f 孔結構與空氣耦合系統聲音壓力響應頻譜比較，輸入力為 Z 方向，輸出點為外部空氣之聲音壓力，為正常 f 孔、縮小 f 孔及無 f 孔純結構系統的頻率響應函數，其中 X 軸為頻率，Y 軸為聲音壓力，藍線為正常 f 孔小提琴，紅線為縮小 f 孔小提琴，綠線為無 f 孔小提琴，邊框實線網底填滿的箭頭代表三種幾何均有的峰值，邊框虛線網底填滿的箭頭代表模態振型類似的峰值，而其中的顏色代表同一組的模態振型，邊框實線網底無填滿的箭頭代表在此模態僅標註之峰值有顯現，討論如下：

1. 在 200~450 Hz 時，共有三個峰值，前後兩個峰值對應的模態為音箱內部腔體模態，小提琴的聲音輻射由腔體模態主導；以第一個峰值為例，無 f 孔小提琴的腔體模態，峰值並無顯現，而在第二個腔體模態時，無 f 孔小提琴的峰值有顯現但量值很小，而有 f 孔時，f 孔的幾何大小，會遵循亥姆霍茲共振現象，f 孔的幾何大小與自然頻率成正比，且響度會因 f 孔變小而下降。
2. 在 600~1000 Hz 時，聲音輻射主要由結構彈性體模態振型主導，以正常 f 孔小提琴的模態 f19 為例，其自然頻率為 674.906Hz，對應的模態有小 f 孔小提琴的模態 f20 的自然頻率為 686.695Hz，以及無 f 孔模態 f22，自然頻率為 704.700Hz，有此可知，在聲音輻射由結構彈性體模態主導時，小提琴 f 孔的大小會與自然頻率成反比，但響度無明顯的差異。

5. 結論

本文對正常 f 孔、縮小 f 孔與無 f 孔小提琴的純結構系統和結構與空氣耦合系統進行模態分析與簡諧響應分析，求得模態參數與頻率響應函數，探討振動響應對聲音輻射的影響與縮小 f 孔幾何大小對小提琴振動頻譜與聲音頻譜的影響，分析後得到以下幾點結論：

1. 對於聲音輻射的影響，在 0~500Hz 時由音箱腔體模態主導，f 孔越大，音箱腔體模態的自然頻率越高，而量值差距較不明顯，而在 500~1000Hz 時，由結構彈性體模態主導，f 孔越大，結構彈性體模態的自然頻率越低。

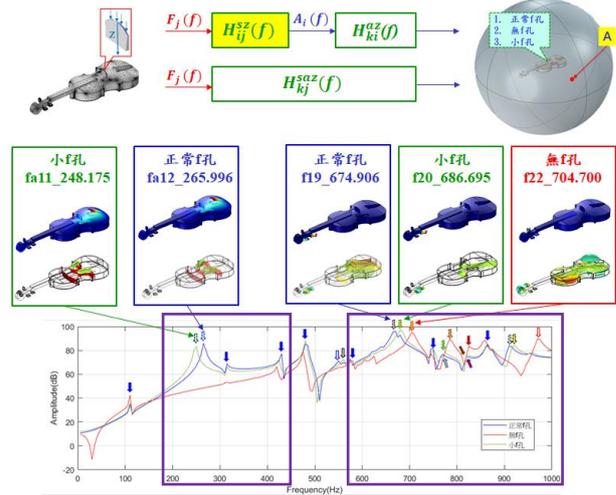


圖 11 不同 f 孔結構與空氣耦合系統聲音壓力響應頻譜比較

2. 對於振動響應的影響，在純結構系統時，f 孔的大小與結構剛性成反比，自然頻率也隨著 f 孔的大小變大而提升。
3. 小提琴受音箱腔體模態主導時，無 f 孔小提琴的自然頻率會降低，響度比有 f 孔的小提琴少了 10 分貝以上；在受小提琴受結構彈性體模態主導時，無 f 孔小提琴的結構彈性體模態的自然頻率會增加，但響度差異很小。
4. 本文使用的分析技術可應用於研究其它小提琴零組件結構之效應，以及小提琴的幾何形狀或材料之影響。

6. 致謝

本研究經費由科技部提供，計畫編號：108-2221-E-020-018。

7. 參考文獻

- [1] C. M. Hutchins, "The Acoustics of Violin Plates," *Scientific American Oct*, Vol. 245, No. 4, pp. 1-11, 1981.
- [2] M. D. Stanciu, S. Nastac, V. G. Gliga, M. Campean and V. Bucur, "Effect of the Wood Anisotropy on Eigenmodes and Eigenvalues Using Finite Element Analysis-Case of Violin Plates," *The 9th International Conference on Advanced Concepts in Mechanical Engineering*, Iasi, Romania, Vol. 997, 2020.
- [3] T. Duerinck, M. Kersemans, E. Skrodzka, M. Leman, G. Verberkmoes and W. V. Paepegem, "Experimental Modal Analysis of Violins Made from Composites," *The 18th International Conference on Experimental Mechanics*, Brussels, Vol. 2, No. 535, pp. 1-7, 2018.
- [4] H. T. Nia, A. D. Jain, Y. Liu, M. R. Alam, R. Barnas and N. C. Makris, "The Evolution of Air Resonance Power Efficiency in the Violin and its Ancestors," *The Royal Society*, Vol. 471, No. 2175, 2015.
- [5] 王栢村，龍暉，溫儒琳，楊彥哲，馬凱齡，2019，「小提琴結構振動模態與空氣音場模態之解析」，

第 17 屆精密機械與製造科技研討會論文集，屏東，論文編號：A043。

- [6] 王栢村，黃柏翔，楊昶昱，吳盈輝，2018，「拇指琴之聲音特性探討」，第 16 屆精密機械與製造科技研討會，屏東，論文編號：A032。
- [7] C. E. Gough, "Violin Acoustics," *Acoustical Society of America*, Vol. 12, No. 2, pp. 22-30, 2016.
- [8] V. G. Gliga, M. D. Stanciu, S. M. Nastac and M. Campean, "Modal Analysis of Violin Bodies with Back Plates Made of Different Wood Species," *BioResources*, Vol. 15, No. 4, pp. 7687-7713, 2020.

the similar flexible vibration modes, that can effectively induce sound radiation, but with different natural frequencies. This work successfully demonstrates the sound radiation mechanism of violin by performing the structural and air coupling acoustic analysis. The developed analysis techniques are applicable to investigate other structural effects, such as bass bar and sound post as well as violin geometry or material.

Keywords: violin, f-hole, vibration analysis, acoustic analysis, natural frequency, displacement mode shape, sound pressure mode shape

Effect of *f* Hole of Violin on Acoustic Response Analysis

Bor-Tsuen Wang, Mao-Chuan Yang, Tan-Ming Yuan, Tsu-Shun Yeh, Chun-Ting Chen, Bing-Shiang Su

**Department of Mechanical Engineering,
National Pingtung University of Science and
Technology**

**Email:wangbt@mail.npust.edu.tw
MOST Project : 108-2221-E-020-018 ◦**

ABSTRACT

Violin is one of important instrument in modern orchestra strings group. The f-hole on the top plate of violin is of interest for its effect on sound radiation. This work aims to discuss the effect of f-shape sound hole on the acoustic response of violin. The violin structure with normal f-hole is first constructed to perform modal analysis so as to obtain structural natural frequencies and corresponding displacement mode shapes, while harmonic response analysis is also performed to obtain structural vibration spectrum. Next, the violin structure with air fluid interaction is considered to construct the violin structure and air coupling analysis model. Both modal analysis and harmonic response analysis are, respectively, conducted to obtain modal parameters and frequency response functions (FRFs). In particular, the violin's natural frequencies can be predicted and revealed their corresponding structural displacement mode shapes and air sound pressure mode shapes. The sound spectrum can also be predicted and related to structural and air modal properties. Finally, the violins with normal f-hole, smaller f-hole and without f-hole are numerically studied for their acoustic response that are correlated to structural vibration modes and air acoustic modes. Results show sound spectrum below 500 Hz are mostly affected by the sound box cavity modes, while those violin structural flexible vibration modes contributing to sound spectrum are above 500 Hz. The effect of f-hole on structural vibration spectrum and acoustic sound spectrum is also presented. Violin with f-hole can intensify the sound radiation rather than violin without f-hole due to the cavity mode effect. Violins with normal and smaller f-hole possess

