

應用 CAE 與 EMA 於小提琴面板素材之機械性質測定

王栢村¹、龍暉²、馬凱齡¹、李易緯¹、楊彥哲¹、溫儒琳¹

¹ 屏東科技大學機械工程系

² 國立屏東科技大學木材科學與設計系

科技部計畫編號：MOST 107-2221-E-020-018

摘要

面板是小提琴的重要組件之一，取得木材的機械性質是進行小提琴振動與聲學模擬分析必要的參數。本文針對兩種面板木材求得其材料參數，利用 CAE 有限元素分析軟體可得到結構模態參數，也以傳統實驗模態分析方法，使用衝擊錘及加速規量測結構頻率響應函數，並取得素材平板的模態參數，包括：自然頻率、模態振型及模態阻尼比。本文探討一塊完整桃花心木單板，以及一塊拼板的台灣檫木平板。透過模型驗證，在比對分析與實驗量測得到的模態參數，可以驗證木材的材料參數，得到木材平板的等效有限元素分析模型。結果顯示，木材以正向性材料模型可達到模型驗證的目標，完整桃花心木板及拼接台灣檫木木板都可藉由同樣手法測定出小提琴面板素材正向性材料模型參數，發現此兩種類型樹種之機械性質差異甚大。本文建立的實驗與模擬方式，可以適當地取得木材素料的材料模型參數，未來可與加工後之小提琴面板進行比較差異，並求得如小提琴背板及側板之材料機械性質，以能夠建構整支小提琴分析的材料模型。

關鍵字：機械性質、小提琴面板、桃花心木、台灣檫木

1. 前言

小提琴是一種結構複雜且材料變數許多的一種樂器，一把好的提琴製作，除了製造的工法的技術要求外，木材的選用也是影響品質重大因素之一，為了了解不同樹種之小提琴面板、背板對小提琴演奏音色影響，取得木材之機械性質對於小提琴聲學的模擬分析與振動特性是必要的過程之一，因此在進行小提琴模擬分析前，必須先求得小提琴素材之機械性質。

王與蘇[1]藉由模型驗證流程對吉他弦進行有限元素分析求得理論自然頻率及對應模態振型，同時進行實驗模態分析獲得實驗自然頻率及模態振型，在經由比對得到吉他弦模態特性，並對吉他弦量測波動聲音頻譜，探討有無音箱吉他弦聲音之聲音差異。王等人[2]透過小提琴不一樣演奏方式會有不同聲音效果的特性，對小提琴分別進行拉奏及撥奏來取得時間域響應及對應之時頻圖與聲音頻譜，並探討聲音效果差異，內文中也對小提琴四條不同粗細的弦進行比較對聲音特性的影響。王與張[3]運用有限元素分析技巧建

立鐵磬的幾何參數化幾何模型，求得理論之自然頻率及模態振型，並取其中一組模態參數製作鐵磬，在對鐵磬進行實驗模態分析，最後進行模型驗證以確認分析模型之可靠性。

褚與江[4]利用有限元素分析軟體 ANSYS 對小提琴進行有限元素分析，探討改變小提琴面板及背板木材纖維方向、剛性值、密度及面板的外型、厚度分別對小提琴理論模態頻率及導納值影響。

Green et al.[5]透過材料力學概念，對木材的機械性質做詳細的介紹，其中包括樹木年齡、水分、土壤條件、生長空間的影響，文內也提及了樹木在生長過程、製造過程及放置環境也會對機械性質有影響，最後在討論如何將研究成果運至木材工程規範標準中。Brémaud, Iris[6]利用特製振動測驗機收集四百多種樹種振動特性數據，並分類出各大洲熱帶木與寒帶木差異，並應用這些差異探討哪些樹種對木琴的聲音變化，及背經常使用與不被使用的理由，最後與不同類型樂器比較樂器製作的木材優先度選擇，Molin et al.[7]先透過一種非接觸式實驗方式取得小提琴面板、背板實驗模態振型，再建立四分之一實際結構之有限元素模型，並藉由模型只有四分之一實際結構特性，因此只需要 4 個彈性模數就可進行有限元素分析，最後在將實驗結果及理論模型進行比對得知厚度的變化對頻率影響最大，其次是密度、彈性參數的變化對頻率的影響是最少的。

本文運用有限元素分析及實驗模態分析方法對一塊完整桃花心木單板及一塊拼接台灣檫木平板進行分析及比較探討，透過有限元素分析模型等效於實際結構方式，有效取得建構小提琴分析模型所需的木材模型材料參數，並建立取得機械性質之實驗及模擬流程，且確認此種取得木材機械性質方法，一塊完整木材單板與拼接而成木材平板是否都可適用。

2. 小提琴面板素材

2.1 桃花心木完整木板

圖 1 是小提琴面板素材使體照片圖，其中圖 1(a) 為桃花心木樹種，取材是取完整木板為實驗素材，幾何尺寸為長度 420(mm)、寬度 190(mm)、厚度 19.67(mm)、密度 676.26 (Kg/m³)，圖 2 是木材座標系統[1]，x 軸為數木纖維方向、y 軸為相切於年輪方向、z 軸為垂直於年輪方向。表 1 為小提琴面板素材

機械性質初始值參數表，材料參數初始參考值依據文獻資料[4]。

2.2 台灣檫木拼接木板

圖 1(b)為台灣檫木樹種，幾何尺寸為長度 388(mm)、寬 212(mm)及 207(mm)、厚 20(mm)、密度 900.98 (Kg/m³)。本文台灣檫木木板取材方式如圖 3[4]小提琴面板製作流程圖，座標系統與桃花心木木板座標系統一致，機械性質初始值如表 1[4]所示。

3. 小提琴面板素材機械性質測定方法及步驟

3.1 小提琴面板素材實驗模態分析

本節針對完整木板桃花心木及拼接木板台灣檫木進行實驗模態分析，圖 4 為小提琴面板素材實驗架設圖，經由實驗模態分析求得小提琴面板素材可能的模態參數對應的振動特性，實驗方法是將小提琴面板素材懸吊假設為自由邊界狀態，再以固定衝擊錘移動單軸向加速規方式實施實驗，透過衝擊錘敲擊後得到實驗數據，經由轉檔後匯入 ME'scopeVE 軟體取得實驗頻率響應函數，在執行曲線嵌合動作，找出可能的自然頻率以及所對應之模態振型與阻尼比。圖 5(a)、(b)分別為桃花心木木板佈點規劃及加速規黏貼位置，桃花心木佈點點數為 7x5、加速規黏貼位於佈點規劃 1、30 號點，圖 6(a)、(b)分別是台灣檫木木板佈點規劃及加速規黏貼位置，台灣檫木佈點點數為 7x7 加速規黏貼位於佈點規劃 8、49 號點。

3.2 小提琴面板素材有限元素分析

本文有限元素分析軟體是採用 CAE 分析軟體 Ansys 經典介面 APDL，圖 7 為有限元素模型圖，有限元素模型建構部分都是以立體元素 Solid185 來進行建構，圖 7(a)為桃花心木板，是以一體成形建立形成，元素分割是以 Free mesh 分割，桃花心木有限元素模型元素數量為 4560 個、節點數量為 7137 個，圖 7(b)為台灣檫木木板，為了解決幾何不對稱因素，採用上下分開方式建模。元素分割是以 Free mesh 分割，台灣檫木有限元素模型元素數量為 2640 個、節點數量為 3772 個，位移限制都假設為自由邊界，模態分析設定為無負荷條件，再分別求出對應之理論自然頻率、理論模態振型，最後再簡諧分析兩個模型都輸入 Z 方向-1(N)力，分別求解出對應之理論頻率響應函數。

3.3 小提琴面板素材模型驗證

圖 8 為模型驗證流程圖，完成實驗模態分析及有限元素分析後會分別取得實驗頻率響應函數、模態參數及理論模態參數、理論頻率響應函數，取得後相互進行比較驗證，假如比對結果為一致，代表成功獲得小提琴面板素材機械性質，如果比對結果不一致，代表需要修正有限元素模型之材料參數設定質，本文藉由 ANSYS 分析軟體最佳化設計分析進行小提琴面板素材材料參數修正，以下條件為最佳化設計分析問題

定義：

1. DV(設計變數): E_x, E_y, G_{xy}, G_{yz}

2. SV(限制條件): $\text{頻率誤差} = \frac{\text{分析頻率} - \text{目標頻率}}{\text{目標頻率}} \times 100\% < 3\%$

3. OBJ(目標函數):RMS(頻率誤差平方平均根)

最佳化設計分析順序，首先會先以上述目標定義調整理論之模態振型達到與實驗模態振型一致，在調整自然頻率來達成等效實際結構之理論模型，其中目標頻率為實驗模態分析之自然頻率，設計變數假設為 $E_x=E_z, G_{xy}=G_{xz}$ ，且因為普松比(ν)對於小提琴面板材料參數影響甚小，因此本篇 $\nu_{xy}, \nu_{yz}, \nu_{xz}$ 不列入最佳化設計分析設計變數。

4. 實驗與理論模型比較結果

本節為將實驗所得之實驗模態分析結果及完成最佳化分析之理論模型結果，做比較與探討，由實驗結果、有限元素分析結果及相互比較結果做以下說明：

- 圖 9 為桃花心木實驗頻率響應函數圖，圖中可看出在實驗範圍 0~2000Hz 之間峰值是相當清晰的，並透過實數部、虛數部、振幅部相互比較出峰值有很好的對應，由此判斷實驗品質良好，從圖 10 台灣檫木實驗頻率響應函數在實驗範圍 0~3000Hz 之間可發現，在 2000Hz 以內如圖 9 可以清楚看到峰值，在 2000~3000Hz 左右有些微雜訊現象。
- 表 2 為桃花心木實驗與理論振型比對總表，表 3 為台灣檫木實驗與理論振型比對總表，振型之物理意義都可用(X,Y)方式表示，且實驗振型與理論振型之物理意義比對結果良好，代表最佳化設計分析成功。
- 表 4 為桃花心木及台灣檫木調整完成小提琴面板素材自然頻率之機械性質結果，從表內得知桃花心木與台灣檫木楊氏係數差異很大，且與初始值也有明顯變化，透過數值差異與變化確認每種樹種都有其獨特之機械性質。
- 桃花心木實驗與理論自然頻率比較如表 5 所示頻率誤差都在 3%以內，除了 F-06 頻率誤差為 2.92% 以外其餘誤差在 2%以內，RMS(平方平均根)值為 1.56，可以證實理論模型與實際結構達成等效。
- 由表 6 拼接木板台灣檫木頻率誤差百分比得知其結果比表 5 頻率誤差結果好，RMS 值為 1.15，比完整木板之桃花心木更低，因此可以認定拼接木板年接觸並不會影響本文小提琴面板機械性質測定方法。
- 從圖 11(a)可以發現桃花心木 FEA 與 EMA 頻率響應函數比對大致良好，在頻率 1000Hz 以上藍色虛線及黑色虛線比對結果有偏位的現象，推測可能是木材阻尼效應及頻率誤差所產生結果，黑色虛線與紅色虛線比較中可以看出比對良好，由此可確認實驗後處理之可靠性。
- 圖 11(b)台灣檫木木板 FEA 與 EMA 頻率響應函

數，藍色虛線及黑色虛線在 2000Hz 以上比對結果不慎理想，這可能是如圖 4 實驗模態分析 2000Hz~3000Hz 有雜訊的結果。

5. 結論

透過對小提琴面板素材進行實驗模態分析到有限元素分析結構最佳化設計分析，最後進行模型驗證步驟獲得實驗與理論等效模型，針對以上步驟做以下結論。

1. 本文藉由模型驗證流程，建立小提琴面板素材機械性質測定方式，應用此種方法可以使楊氏係數變數降低至 4 個，且可以有效的達到目標誤差以下。
2. 由第 6 節兩種面板素材不同測驗頻寬中可以得知實驗頻寬以 0~2000Hz 頻率響應結果品質較為優良，2000Hz 以上品質將逐漸降低，大於 3000Hz 將不易判斷自然頻率。
3. 未來將以此種方法為基礎，可適當的測定小提琴面板及背板機械性質，並運用至小提琴之有限元素模型材料參數，可以更加準確的預測小提琴演奏發聲頻率。

6. 誌謝

感謝科技部研究計畫的經費補助，得以完成本文研究，計畫編號：107-2221-E-020-018，特此致謝

7. 參考文獻

1. 王栢村、蘇集銘，「吉他弦之振動與聲音特性探討」，中華民國音響學會第十九屆學術研討會，台南，論文編號：A7，2006
2. 王栢村、張釗銘、楊昶昱、吳盈輝，「小提琴拉弓演奏與撥奏之聲音特性探討」，第二十六屆中華民國振動與噪音工程學術研討會，新竹，論文編號：024，2018
3. 王栢村、張宏名，「鐵磬之模型驗證與聲音特性探討」，第四屆海峽兩岸動力學、振動學與控制學術會議，高雄，論文編號：D-02，2015。
4. 江家旖，「面板與背的剛性對小提琴振動之影響」，國立成功大學機械系碩士論文，2013。
5. D. W. Green, J. E. Winandy, and D. E. Kretschmann, "Mechanical properties of wood, United States Department of Agriculture, USA, Chapter 4, pp. 2, 1999.
6. Brémaud, Iris, "Acoustical properties of wood in string instruments soundboards and tuned idiophones: Biological and cultural diversity," The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 131, pp. 807-18, 2012
7. N. E. Molin, L-E. Lindgren, and E. F. Jansson, "Parameters of violin plates and their influence on the plate modes," *Journal of the Acoustical Society of*

America, Vol. 83, pp. 281-291, 1988

8. 圖表彙整



(a) 桃花心木



(b) 台灣檫木

圖 1 小提琴面板素材實體照片

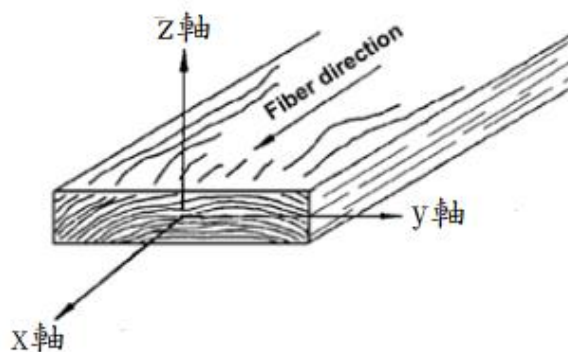


圖 2 小提琴面板素材座標系統[5]

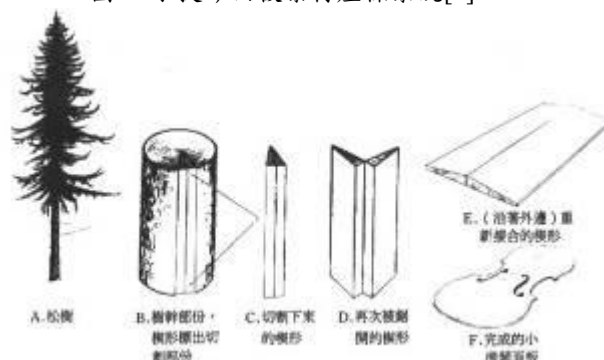


圖 3 小提琴面板製作流程[4]

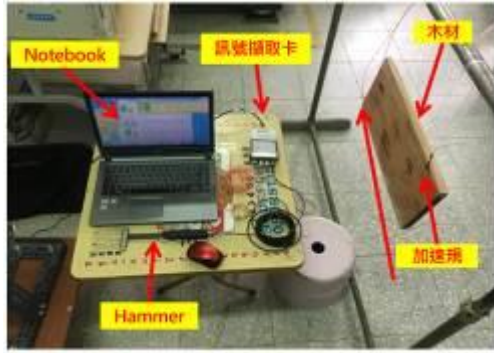
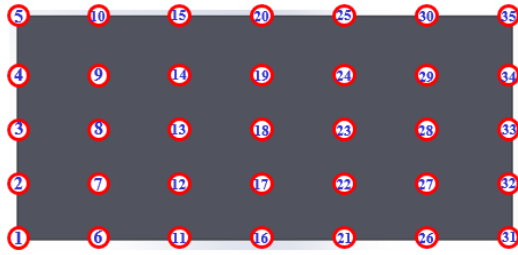


圖 4 小提琴面板素材實驗架設圖

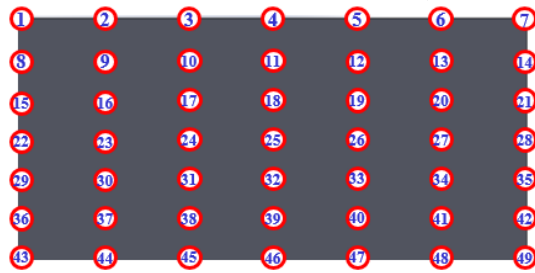


(a) 佈點規劃



(b) 加速規黏貼位置

圖 5 桃花心木木板 EMA 規劃圖

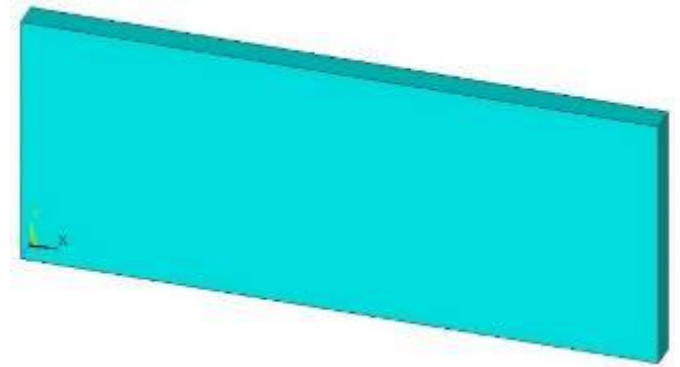


(a) 佈點規劃

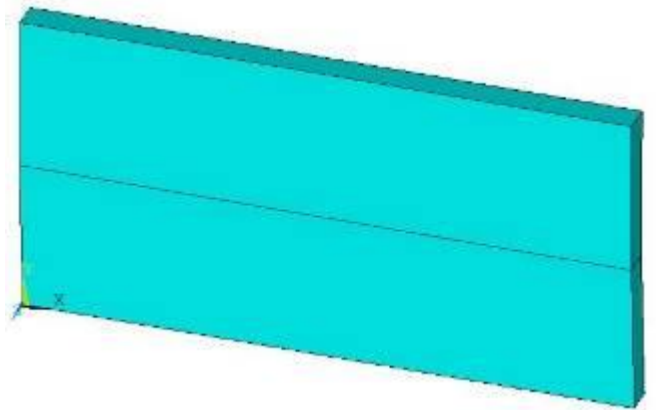


(b) 加速規黏貼位置

圖 6 台灣檫木木板 EMA 規劃圖



(a) 桃花心木



(b) 台灣檫木木板

圖 7 小提琴面板素材有限元素模型

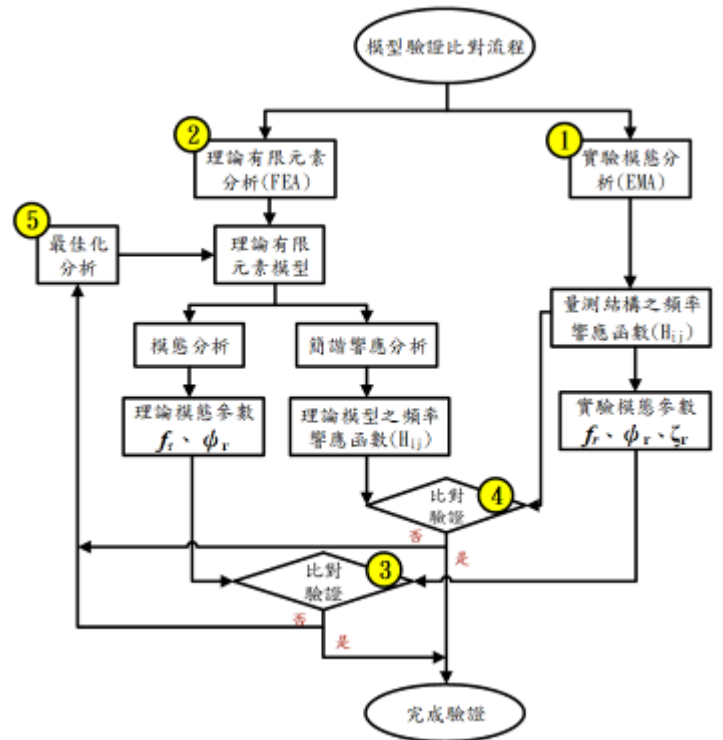
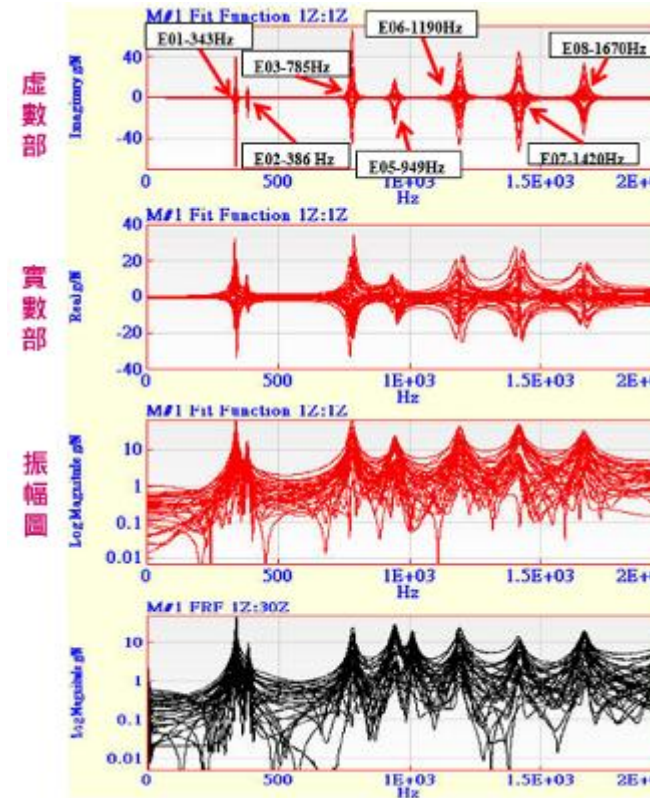
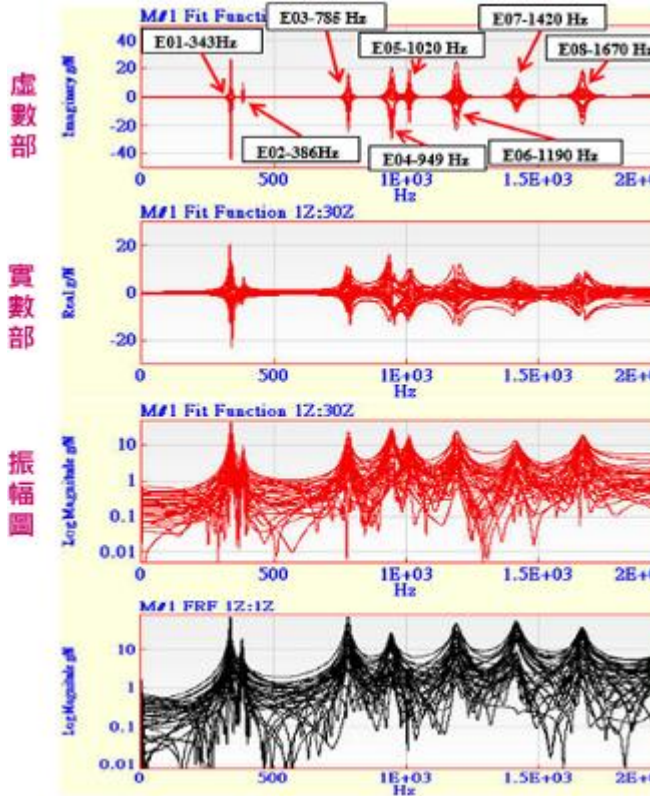


圖 8 模型驗證流程圖

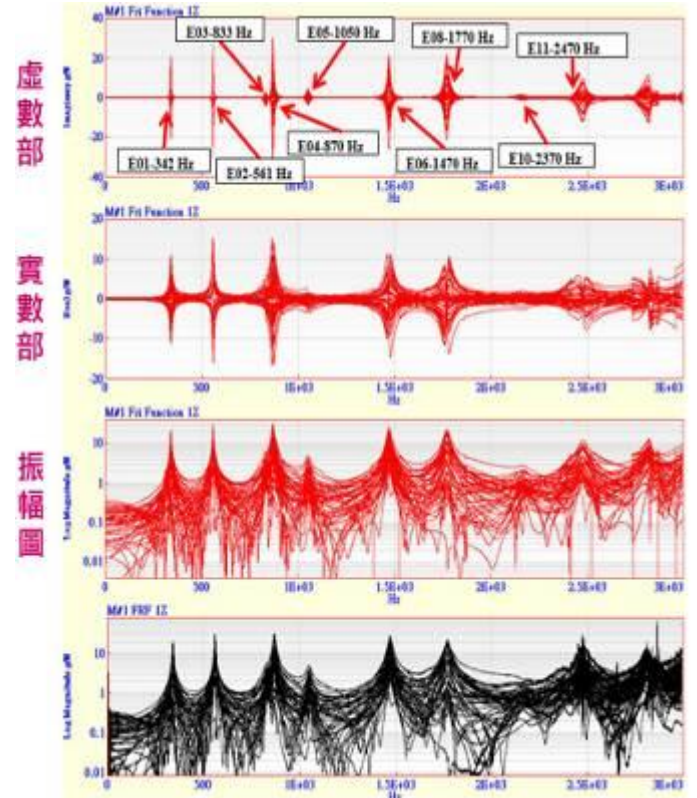


(a) 黏貼於 1 號點加速規

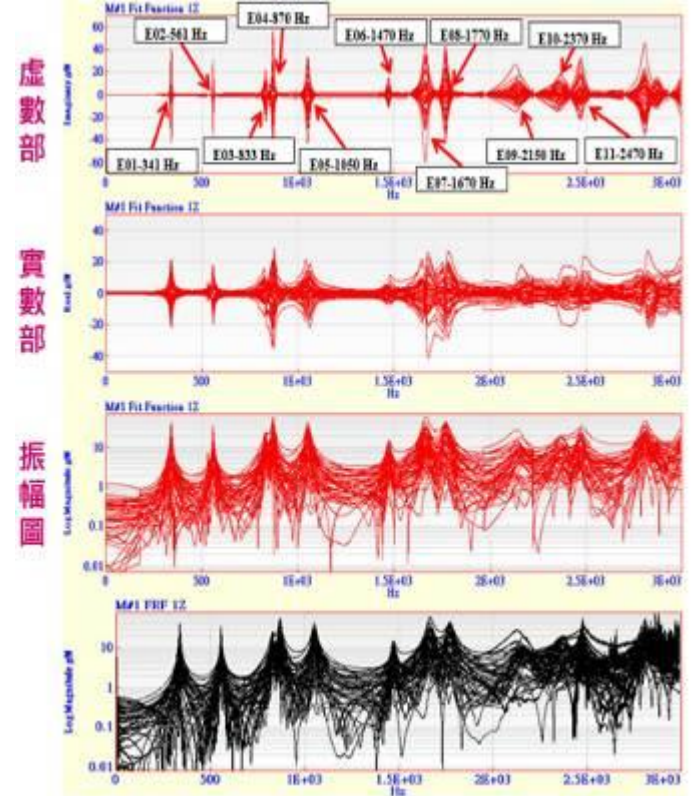


(b) 黏貼於 30 號點加速規

圖 9 桃花心木實驗頻率響應函數



(a) 黏貼於 8 號點加速規



(b) 黏貼於 49 號點加速規

圖 10 台灣櫟木實驗頻率響應函數

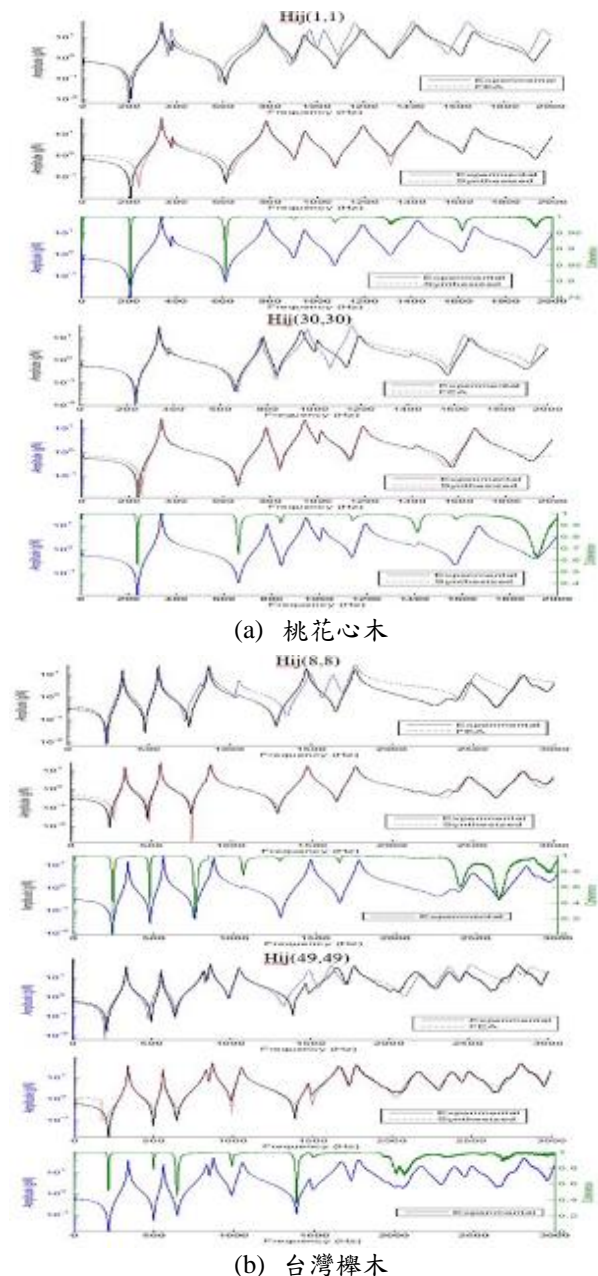


圖 11 FEA 與 EMA 頻率響應函數重疊圖

表 1 小提琴面板素材機械性質初始值參數表[4]

	桃花心木	台灣紅檫木
E_x (GPa)	9.859	23.000
E_y (GPa)	2.655	2.300
E_z (GPa)	2.655	2.300
ν_{xy} (GPa)	0.300	0.300
ν_{yz} (GPa)	0.300	0.300
ν_{xz} (GPa)	0.300	0.300
G_{xy} (GPa)	2.256	3.000
G_{yz} (GPa)	1.568	3.000
G_{xz} (GPa)	1.568	3.000

表 2 桃花心木實驗與理論振型比對總表

(x,y)	E01_340.52 Hz	F01_340.19 Hz
(2,2)		
	E02_386.17 Hz	F02_382.99 Hz
(3,1)		
	E03_784.87 Hz	F03_774.03 Hz
(3,2)		
	E04_948.48 Hz	F04_974.11 Hz
(1,3)		
	E05_1016.37 Hz	F05_1033.41 Hz
(4,1)		
	E06_1195.38 Hz	F06_1164.01 Hz
(2,3)		
	E07_1422.03 Hz	F07_1412.50 Hz
(4,2)		
	E08_1670.23 Hz	F08_1644.08 Hz
(3,3)		

表 3 台灣檫木實驗與理論振型比對總表

(x,y)	E01_341.58 Hz	F01_340.55 Hz
(2,2)		
	E02_561.15 Hz	F02_562.6 Hz
(3,1)		
	E03_833.25 Hz	F03_823.34 Hz
(1,3)		
	E04_870.05 Hz	F04_872.34 Hz
(3,2)		
	E05_1052.8 Hz	F05_1052.05 Hz
(2,3)		
	E06_1473.5 Hz	F06_1492.62 Hz
(4,1)		
	E07_1666.2 Hz	F07_1634.53 Hz
(3,3)		
	E08_1772.1 Hz	F08_1772.59 Hz
(4,2)		
	E09_2150 Hz	F09_2198.63 Hz
(1,4)		
	E10_2386.4 Hz	F10_2377.53 Hz
(2,4)		
	E11_2469.7 Hz	F11_2514.32 Hz
(4,3)		

表 4 小提琴面板素材機械性質參數表

	桃花心木	台灣紅檫木
E_x (GPa)	8.47	17.42
E_y (GPa)	2.18	2.97
E_z (GPa)	2.18	2.97
ν_{xy} (GPa)	0.30	0.30
ν_{yz} (GPa)	0.30	0.30
ν_{xz} (GPa)	0.30	0.30
G_{xy} (GPa)	1.31	1.85
G_{yz} (GPa)	0.68	1.12
G_{xz} (GPa)	1.31	1.85

表 5 桃花心木自然頻率總表

FEA		EMA		頻率 誤差 (%)	物理意義	Damping Ratio(%)	MAC Z 方向
mode	frequency (Hz)	mode	frequency (Hz)				
F-01	340.19	E-01	340.52	0.71	(X,Y)=(2,2)	0.69	0.43
F-02	382.99	E-02	386.17	0.36	(X,Y)=(3,1)	0.49	0.84
F-03	774.03	E-03	784.87	0.92	(X,Y)=(3,2)	0.68	0.72
F-04	974.11	E-04	948.48	0.58	(X,Y)=(1,3)	0.89	0.90
F-05	1033.41	E-05	1016.37	0.89	(X,Y)=(4,1)	0.63	0.71
F-06	1164.01	E-06	1195.38	0.60	(X,Y)=(2,3)	0.89	0.84
F-07	1412.50	E-07	1422.03	0.69	(X,Y)=(4,2)	0.81	0.49
F-08	1644.08	E-08	1670.23	1.54	(X,Y)=(3,3)	0.79	0.90

表 6 台灣檫木自然頻率總表

FEA		EMA		頻率 誤差 (%)	物理意義	Damping Ratio(%)	MAC Z 方向
mode	frequency (Hz)	mode	frequency (Hz)				
F-01	340.55	E-01	341.58	-0.3	(x,y)=(2,2)	0.71	0.52
F-02	562.6	E-02	561.15	0.26	(x,y)=(3,1)	0.36	0.65
F-03	823.34	E-03	833.25	-1.19	(x,y)=(1,3)	0.92	0.69
F-04	872.34	E-04	870.05	0.26	(x,y)=(3,2)	0.58	0.48
F-05	1052.05	E-05	1052.8	-0.07	(x,y)=(2,3)	0.89	0.62
F-06	1496.62	E-06	1473.5	1.57	(x,y)=(4,1)	0.60	0.52
F-07	1634.53	E-07	1666.2	-1.9	(x,y)=(3,3)	0.69	0.46
F-08	1772.59	E-08	1772.1	0.03	(x,y)=(4,2)	1.54	0.52
F-09	2198.63	E-09	2150	2.26	(x,y)=(1,4)	0.86	0.51
F-10	2377.53	E-10	2386.4	-0.37	(x,y)=(2,4)	0.62	0.48
F-11	2514.32	E-11	2469.7	1.81	(x,y)=(4,3)	0.75	0.53

Application of CAE and EMA to Determination of Mechanical Properties for Violin Top Plate Materials

Bor-Tsuen Wang¹, Way Long², Kai-Ling Ma¹,
Yi-Wei Li¹, Yan-Zhe Yang¹, Ru-Lin Wen¹

¹Department of Mechanical Engineering,

²Department of Wood Science and Design

National Pingtung University of Science and
Technology

MOST Project No.: MOST 107-2221-E-020-
018

to other wooden materials for back plates and necks as well as the manufacture violin components so as to build up the material models for the violin.

Keywords : Mechanical Property, Violin Top Plate, Mahogany, Taiwan Beech

Abstract

Violin's top plate is one of key components in making violins. To obtain mechanical properties of wooden materials is required so as to carry out numerical simulation of violin's vibration and acoustical effects. This work aims to obtain material parameters for two kinds of wooden plates. We adopt computer aided engineering (CAE) software by finite element analysis (FEA) to examine the wooden plate's modal parameters. Experimental modal analysis (EMA), the experimental approach, is also performed by using the impact hammer and accelerometer to measure frequency response functions (FRFs) and to determine the plate's modal parameters, including natural frequencies, mode shapes and modal damping ratios. Two wooden plates are investigated. One is a rectangle plate made of mahogany. The other plate is about the size made of Taiwan red beech but bonded with two pieces of plates. Through the model verification process by comparing those modal parameters obtained from CAE and EMA, respectively, the equivalent FE model can be validated to get the correct material parameters. Results show the orthotropic material model is adequate to simulate the wooden plates. The mechanical properties are quite different between mahogany and red beech. The experimental and numerical approach can properly identify wooden plate's mechanical properties. The methodology can also apply