

應用組件模態合成法於結構振動分析

王栢村¹、張博鈞²、林聖傑²、吳盈輝³

¹ 屏東科技大學機械工程系

² 瑞智精密股份有限公司

³ 國立內埔高級農工職業學校 機械科

科技部計畫編號：MOST 107-2221-E-020 -018

摘要

組件模態合成法(Component Mode Synthesis, CMS)常用於大型或複雜結構的分析，其功能是将複雜結構分解成數個子結構或構件，再分別對各個子結構或構件進行模型縮減，達到降低次結構模型的自由度數以及減少分析求解計算量及時間的方法。本文主要是應用 CMS 於結構之振動分析，說明其分析方法、使用機制以及適用場合。首先針對 CMS 之結構振動分析手法，進行理念的闡述；接著針對四種不同結構案例，包括兩端固定樑、音叉、小提琴及壓縮機等結構系統，分別由 CMS 次結構分析模型與原始結構全模型之分析結果，進行模態域的驗證，以確認 CMS 應用的正確性與可行性。結果顯示，以 CMS 方法針對主要次結構模型進行分析，可有效降低分析模型的自由度數量與求解時間，並與原始結構全模型的模態特性相同，可證明 CMS 方法的可行性。本文建立了 CMS 的使用技巧，不僅有效且快速的預測結構之振動特性，未來可利用此分析手法於邊界耦合效應，應用於各種複雜結構組合匹配下的響應預測。

關鍵字：組件模態合成法、振動分析、模態分析、邊界耦合

1. 前言

有限元素分析於工程設計分析與改善的應用相當普及，而通常遇到分析對象為大型結構、複雜結構或結構的零組件甚多時，常因計算量龐大進而導致計算資源不足的問題，為了有效降低分析的計算量，則需導入縮減模型的相關技術，因此，為了有效降低求解所需的計算資源及時間，模型縮減技術的相關研究便成為結構動態分析的重要課題之一，組件模態合成法 (Component Mode Synthesis, CMS) 便是在此需求下所發展出的有效模型縮減方法。

CMS 在工程分析應用中，除了在大型結構的土木建築領域時常被應用，機械與車輛領域中，也會因為零組件甚多或複雜結構的分析案例而被使用，Zhang *et al.* [1] 對車輛分析模型劃分成多個次結構，並對各次結構間的接觸面進行特徵分析，減少自由度數來獲得更精要的分析模型，且僅犧牲些微的精度，結果顯示，使用矩陣過濾技術 matrix filtration technique 取代標準的 Craig-Bampton CMS 方法，在特徵分析拘束條件的轉換中，拘束矩陣 Constraint

Mode Matrices 與接觸矩陣 The Interface Matrices 皆能有效的節省計算所使用的記憶體。Lu *et al.* [2] 將 CMS 技術應用於自動化集裝箱碼頭中的桁架橋結構分析，將連桿子結構轉化為超元素，兼容接觸界面上的位移和負荷；該方法不僅保留了自由界面，且有效降低系統自由度和高精度的優點，並著重處理鉛芯橡膠支承的集中阻尼，因此在具有局部非線性的結構動態分析中，獲得了不同芯橡膠支承配置形式下的桁架橋之模態特性與地震響應分析結果。Zuo and Wang [3] 為了發展 Generalized CMS 方法於航空引擎的動力學分析，作者先以簡易 L 形鋼板驗證模型，確認 Generalized CMS 與 Traditional CMS 之間的等效性；最後應用於航空發動機，進行模態分析與不平衡響應分析，結果顯示該方法大幅減少用於動態分析的求解資源和時間，並確定 Generalized CMS 方法具準確性和有效性。Vysoký [4] 透過三種分析模擬方法進行小型飛機螺旋槳的模態分析，方法分別為典型方法 Classic Approach、循環對稱建模 Cyclic Symmetry Modelling、組件模態合成法 Component Mode Synthesis，最終分析結果顯示三種分析模型之模態特性準確度皆相當，其中循環對稱模型為求解最快速的模型，CMS 模型因為在分析設定的準備較繁雜因此最耗時。Papadimitriou and Papadioti [5] 提出 CMS 方法用於公路橋樑的模型更新和損傷鑑別，以 CMS 於公路橋樑接觸面進行特徵值的計算，可避免從新組裝與降階系統矩陣所造成的失真，另外也以實體橋樑模型進行有限元模型更新和損傷鑑別結果，證明了 CMS 在計算效率和準確性的實現，其中計算工作量減少了三倍以上。

王等人 [6] 建立了實驗與分析流程完成橡膠腳墊的模擬與校正，並針對不同橡膠腳墊對壓縮機於空調機邊界下的振動特性影響進行探討，利用有限元素分析建構不同勁度矩陣值，模擬不同腳墊邊界之壓縮機於模態域特性的探討，並得知不同橡膠腳墊之剛性差異對低頻的剛體振動模態之自然頻率有顯著的影響，而對高頻的彈性體振動模態則影響甚微。

王栢村 [7] 應用【F-C-A-I-V/C-I】思維程序於工程設計分析，並以多功能車車架結構做說明，以實際的 UV 車架結構設計變更流程，帶入【F-C-A-I-V/C-I】思維程序，以探討模型驗證、響應預測、及設計變更的實務應用，達到結構剛性之輕量化設計之目的。

本文也將會應用【F-C-A-I-V/C-I】思維程序於 CMS 之結構振動分析，輔助後續案例之理念說明，分析案例包含簡易固定梁結構、音叉結構、小提琴結構以及實際工程案例的迴轉式壓縮機結構，主要目標如下所示：

1. 應用 CMS 於結構振動分析，以模態域結果作為 CMS 分析手法與傳統模態分析的比對標準，驗證 CMS 的可行性與正確性。
2. 初期針對簡易固定梁結構為研究範例，目的是驗證 CMS 技術可否用於模擬結構之邊界效應，瞭解 CMS 的使用機制並建立分析驗證流程。
3. 在音叉結構案例的應用，目的是確認 CMS 技術應用於數個構件情況是否可順利進行，以及主結構與次結構系統間的互換，比對確認正確性。
4. 在小提琴結構案例中，主要目的是確認 CMS 技術用於複雜幾何結構的可行性，最後則會說明該案例的未來發展與應用。
5. 最後針對 CMS 於實際工程案例的應用做說明，以迴轉機械中常見的迴轉式壓縮機與管路系統作為案例，確認 CMS 技術可否導入迴轉式壓縮機之振動響應的預測。

2. 組件模態合成法之分析理念

CMS 則是將大型或複雜結構根據其功能性分解成數個子結構或構件，再分別對各個子結構或構件進行模型縮減的方法，一般常使用在大型結構的分析場合，且已經證實可應用在有效降低大型結構的自由度數以及減少分析求解計算量及時間的有效方法。僅保留各個構件的重要模態及補償模態，得到各子結構的縮減模型，最後再採用構件間的相容條件進行綜合耦合組成，進而得到整體結構的縮減模型，最後再對整體的縮減模型進行後續的動態分析。

2.1 組件模態合成法之理論基礎

針對一阻尼結構系統，分別可採用剛性矩陣、質量矩陣及阻尼矩陣來定義每一個組件，其矩陣的運動方程式如式(1)所示：

$$[M]\{\dot{u}\} + [MC]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (1)$$

將結構矩陣劃分為內部自由度(interior DOF)與介面自由度(interface DOF)，如式(2)、(3)所示：

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} \{u_m\} \\ \{u_s\} \end{Bmatrix}, [M] = \begin{bmatrix} [M_{mm}] & [M_{ms}] \\ [M_{sm}] & [M_{ss}] \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} [C_{mm}] & [C_{ms}] \\ [C_{sm}] & [C_{ss}] \end{bmatrix}, [K] = \begin{bmatrix} [K_{mm}] & [K_{ms}] \\ [K_{sm}] & [K_{ss}] \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中，下標 m 為介面節點的主自由度，s 為其他節點的自由度。節點位移向量 $\{u\}$ 可藉由構件廣義座標的主自由度項來重新表示，如式(4)所示：

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} \{u_m\} \\ \{u_s\} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \{u_m\} \\ \{y_\delta\} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

其中 $\{y_\delta\}$ 為廣義模態座標的截斷項， $[T]$ 為轉換矩陣。在對各個組件進行模態分析時，因組件間的結合介面的邊界條件(介面自由度的位移及受力情形)不易求得。

對為了方便對構件進行分析及縮減，常見用來描述介面自由度的行為的方法有固定介面法(Fixed-Interface Method)、自由介面法(Free-Interface Method)及殘留柔度自由介面法(Residual-Flexible Free-Interface Method)等三種方法，轉換矩陣 $[T]$ 則會依所選擇的結合介面方法不同而有所不同，本文使用自由度的行為係固定介面法，以下針對固定介面法所對應使用的 $[T]$ 加以說明。

固定介面法又稱為 Craig-Bampton method，其轉換矩陣 $[T]$ 為式(5)所示：

$$[T] = \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [G_{sm}] & [\phi_s] \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中 $[I]$ 為單位矩陣， $[\phi_s]$ 為固定介面的正規模態(normal modes)， $[0]$ 為空矩陣， $[G_{sm}] = -[K_{ss}]^{-1}[K_{sm}]$ 。

2.2 組件模態合成法於結構振動分析理念

本小節說明 CMS 於結構振動之分析理念，本文著重於 CMS 於結構之振動分析，因此將針對簡易結構到複雜結構的分析案例做說明，有層次的確認 CMS 技術於不同結構組成型式的模擬方法。

在簡易固定梁結構分析中，驗證 CMS 技術可否用於模擬結構之邊界效應，透過理論模態分析獲得固定梁結構之模態參數，瞭解 CMS 的使用機制並建立驗證流程；音叉結構的案例應用中，確認 CMS 將音叉結構分解成數個子結構，進行模型縮減的同時，是否仍保有整體音叉結構的振動模態特性；小提琴結構案例確認 CMS 技術用於複雜幾何結構的可行性，最後則會說明 CMS 於小提琴設計分析發展與應用；在迴轉式壓縮機應用中，延續文獻[6]的壓縮機與管路系統之有限元素模型，確認 CMS 技術用於迴轉壓縮機與管路系統之振動響應的預測，未來期望將 CMS 技術導入空調系統振動噪音改善與優化設計之範疇中。

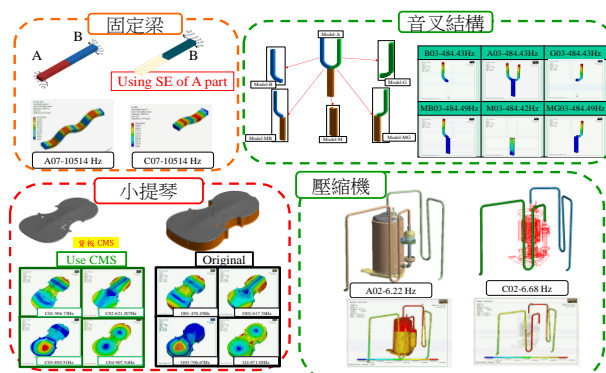


圖 1 CMS 於結構振動分析驗證示意圖

3. 組件模態合成法於振動模態特性之驗證

本節將會應用王 [7] 所提出的【F-C-A-I-V/C-I】思維程序於 CMS 之結構振動分析中，輔助執行專案的同時，方便釐清執行的目標與解決對策；圖 3 為 CMS 於音叉結構之模態域驗證流程圖，首先對【F-C-A-I-V/C-I】作個簡單的定義說明：

1. Function：功能/目的
2. CAE(FEA)：電腦輔助工程分析(computer aided engineering, CAE)，有限元素分析(finite element analysis, FEA)
3. Analysis：分析
4. Index：指標、評估指標、性能指標
5. Value/Criterion：指標對應的數值/指標對應的允收標準
6. Improvement：改善、因應對策

然而要引用【F-C-A-I-V/C-I】思維程序執行工程分析的同時，須要明確思考 Function 功能目的；以圖 3 的 CMS 於音叉結構之模態域驗證流程圖為例，其 Function 目的為驗證 CMS 技術用於數個構件情況是否可順利進行模擬，CAE 的思考就是採用 FEA 商用軟體進行解析，Analysis 是分析方法，即為組件模態合成法 (Component Mode Synthesis, CMS) 與理論模態分析(Theoretical Modal Analysis, TMA)，由分析方法可得模態參數，包涵自然頻率、模態振型，將兩者作為 Index 評估指標，驗證 CMS 技術用於數個構件情況是否可與原始全模型等效，因此頻率誤差百分比可作為 Criterion 允收標準，作為判定是否等效得準則，若未達標則需要進行 Improvement，修正分析模型的參數設定，直到符合自訂的 Criterion 要求。

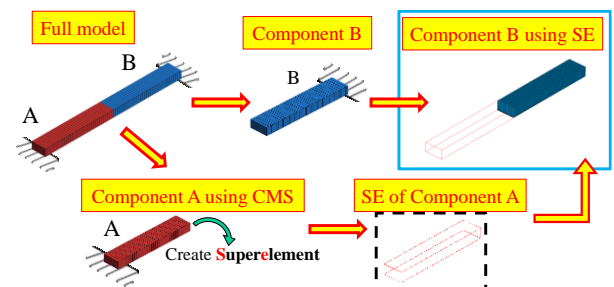


圖 2 CMS 於固定梁結構之模態域驗證流程圖

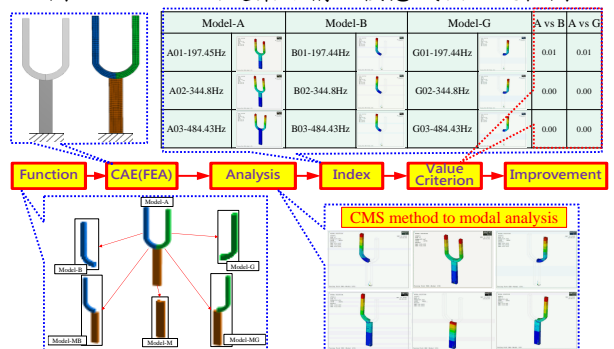


圖 3 CMS 於音叉結構之模態域驗證流程圖

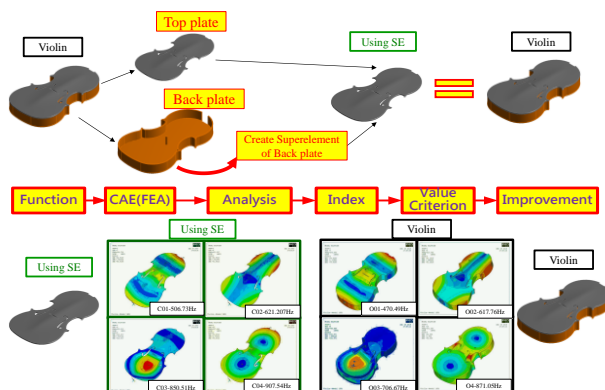


圖 4 CMS 於小提琴之模態域驗證流程圖

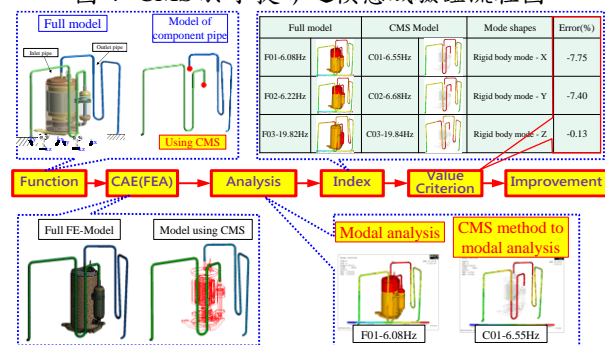


圖 5 CMS 於壓縮機之模態域驗證流程圖

3.1 固定梁結構之振動分析與驗證

本小節將說明 CMS 於固定梁結構之振動分析與驗證流程，圖 2 為 CMS 於固定梁結構之模態域驗證流程圖，首先說明分析流程；為了驗證 CMS 技術可否用於模擬結構之邊界效應，本文將固定梁結構分成 A 組件與 B 組件，先將 A 組件之接觸界面進行 CMS 特徵值分析，採用固定介面法 Craig-Bampton method 獲得 A 組件的超級元素(Superelement, SE)，最後將超級元素 SE 連接於 B 組件的接觸界面上，完成 CMS 簡化分析模型，最後將完成固定梁全模型與 CMS 簡化分析模型進行模態域結果的驗證。

固定梁全模型元素是採用 SOLID186，並進行自由分割，邊界條件則是在梁結構的兩端設定固定邊界；CMS 簡化分析模型元素是採用 SOLID186，超級元素為具 A 組件質量、剛性矩陣值的 MATRIX50，以自由分割劃分模型，邊界條件則是用固定邊界設定於 B 組件固定端，自由端則給予超級元素定義 Fix 模式來模擬固定梁全模型。

固定梁全模型與 CMS 簡化分析模型進行模態分析，將獲得模態參數作為比對指標，以頻率誤差百分比為驗證指標，綜合結果整理成以下幾點說明：

1. 由表 1 固定梁結構與 CMS 模型之自然頻率總表顯示得知，固定梁全模型與 CMS 簡化分析模型之間的頻率誤差值極低，皆在 0.1% 以內。
2. 由表 2 固定梁結構與 CMS 模型之模態振型總表顯示得知，在模態振型對應也相當吻合，表示固定梁全模型與 CMS 簡化分析模型有良好的等效性。

3.2 音叉結構之振動分析與驗證

為了確認 CMS 將音叉結構分解成數個子結構，進行模型縮減的同時，是否仍保有整體音叉結構的振動模態特性，所以執行 CMS 於音叉結構之模態域驗證專案，執行分析流程細節已在地 3 章的引言做了完整的說明，因此本小節將說明 CMS 於音叉結構之模態域驗證之有限元素分析設定；音叉結構材料性質假設楊氏係數為 200 GPa、密度 7850kg/m³、蒲松比 0.34，模型元素是採用 SOLID186、以自由分割劃分網格，並在音叉結構底部設定固定邊界，最後對音叉結構全模型與 CMS 音叉結構簡化分析模型進行模態分析，以模態參數作為驗證標準，確認 CMS 進行模型縮減的同時，是否仍保有完整音叉結構的振動模態特性。

音叉結構全模型與 CMS 簡化分析模型進行模態分析，將獲得模態參數作為比對指標，綜合結果整理成以下幾點說明：

1. 由表 3 音叉結構與 CMS 模型之自然頻率總表顯示得知，音叉全模型與 CMS 簡化分析模型之間的頻率誤差值極低，皆在 0.1% 以內。
2. 由表 4 音叉結構與 CMS 模型之模態振型總表顯示得知，在模態振型對應也相當吻合，表示 CMS 進行模型縮減的同時，仍保有整體音叉結構的振動模態特性。

3.3 小提琴之振動分析與驗證

為了確認 CMS 技術用於複雜幾何結構的可行性，因此以小提琴結構為分析案例，小提琴的組成結構主要為面板、側板與背板，本文將應用 CMS 技術於小提琴面板簡化模擬進行模態域的驗證，圖 4 為 CMS 於小提琴之模態域驗證流程圖，主要是將小提琴背板與側板進行 CMS 特徵值分析，採用固定介面法獲得側板接觸面上的超級元素，最後將超級元素連接於面板的接觸界面上，完成 CMS 簡化分析模型，最後將完成固定梁全模型與 CMS 簡化分析模型進行模態域結果的驗證。

小提琴結構材料性質假設楊氏係數為 124 GPa、密度 630kg/m³、蒲松比 0.3，模型元素是採用 SOLID186、以自由分割劃分網格，並以自由邊界做分析假設，最後對小提琴全模型與 CMS 簡化分析模型進行模態分析，以模態參數作為驗證標準，驗證結果做以下幾點說明：

1. 由表 5 小提琴與 CMS 模型之自然頻率總表得知，CMS 用於小提琴結構之振動分析，在頻率比對上也有良好的對應，誤差皆在 3% 以內。
2. 表 6 為小提琴與 CMS 模型之模態振型總表，在振動模態特性上的顯示，小提琴全模型與 CMS 簡化分析模型也有良好的對應。

3.4 壓縮機於空調系統之振動分析

工程設計分析應用中，常會遇到分析對象為大型結構、複雜結構或零組件甚多時，CMS 便適合用於此分析場合；然而在空調系統的模擬與應用中，為了能有效地避免迴轉式壓縮機與空調系統產生結構共振的疑慮，因此壓縮機於空調系統的振動響應預測變得格外重要，但也因為壓縮機模型存在著過多的內部零件以及幾何特徵複雜的問題，所以本專案將運用 CMS 於迴轉式壓縮機之振動響應預測進行探討。

首先說明 CMS 於壓縮機之振動分析之流程，圖 5 為 CMS 於壓縮機之模態域驗證流程圖，迴轉式壓縮機與空調機連接方式，係將壓縮機放置在三個橡膠腳墊上方，並聯接管路系統，因此本研究將對壓縮機進行 CMS 特徵值分析，獲得壓縮機與管路系統接觸面上的超級元素，並將超級元素施加於管路模型上，位置為與壓縮機連接處，來模擬管路系統與壓縮機組裝後的振動響應。

壓縮機有限元素模型是延續王等人 [6] 的壓縮機與管路系統之有限元素模型，因此該模型之分析設定不在本此研究中討論；而 CMS 簡化邊界模型與壓縮機全模型會進行模態分析，透過模態域的結果比對，驗證 CMS 應用於迴轉式壓縮機之振動響應預測的正確性；綜合結果整理成以下幾點說明：

1. 由表 7 壓縮機與 CMS 模型之自然頻率總表得知，在低頻剛體模態的比對中，平移剛體模態的頻率相當接近；旋轉剛體模態的頻率誤差甚大。
2. 在彈性體模態之頻率比對中顯示，頻率誤差較小，表示壓縮機全模型與 CMS 簡化分析模型在管路彈性模態的對應相當良好。
3. 由表 8 壓縮機與 CMS 模型之模態振型總表顯示得知，兩種分析模型的振動模態特性相當接近，表示 CMS 用於壓縮機於系統邊界下的振動響應分析，具有相當良好的參考性。
4. 在分析求解時間的比較，全模型進行模態分析約需要 1 個小時的工作時間，CMS 在計算壓縮機特徵值約需要 30 分鐘，但啟用超級元素並與管路做連接後，僅需要 30 秒的求解時間。

表 1 固定梁結構與 CMS 模型之自然頻率總表

Full model		CMS model		Error (%)
mode	Frequency (Hz)	mode	Frequency (Hz)	
F01	1275.40	C01	1275.40	0.00
F02	2433.20	C02	2433.30	0.00
F03	3441.70	C03	3441.70	0.00
F04	5854.90	C04	5856.00	-0.02
F05	6239.00	C05	6239.00	0.00
F06	6567.30	C06	6569.00	-0.03

表 2 固定梁結構與 CMS 模型之模態振型總表

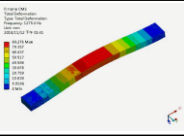
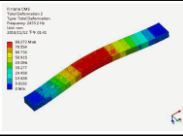
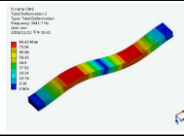
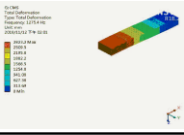
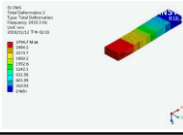
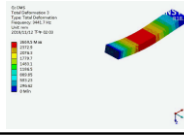
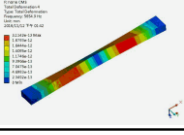
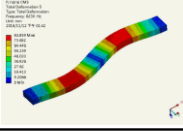
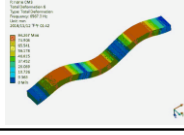
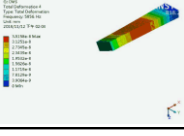
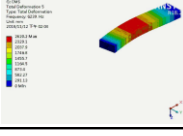
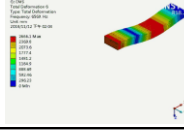
A01-1275.4 Hz 	A02-2433.2 Hz 	A03-3441.7 Hz 
1 st Z-Bending	1 st Y-Bending	2 nd Z-Bending
C01-1275.4 Hz 	C02-2433.3 Hz 	C03-3441.7 Hz 
1 st Z-Bending	1 st Y-Bending	2 nd Z-Bending
A04-5854.9 Hz 	A05-6239 Hz 	A06-6567.3 Hz 
1 st X-Torsional	2 nd Y-Bending	3 rd Z-Bending
C04-5856 Hz 	C05-6239 Hz 	C06-6569 Hz 
1 st X-Torsional	2 nd Y-Bending	3 rd Z-Bending

表 3 音叉結構與 CMS 模型之自然頻率總表

Mode	Full	B	G	F vs B	F vs G
01	197.45	197.44	197.44	0.01	0.01
02	344.80	344.80	344.80	0.00	0.00
03	484.43	484.43	484.43	0.00	0.00
04	629.37	629.49	629.49	-0.02	-0.02
05	1078.90	1078.90	1078.90	0.00	0.00

表 3 音叉結構與 CMS 模型之自然頻率總表(續)

Mode	Full	M	MB	MG	F vs M	F vs MB	F vs MG
01	197.45	197.44	197.45	197.45	0.01	0.00	0.00
02	344.80	344.81	344.83	344.83	0.00	-0.01	-0.01
03	484.43	484.42	484.49	484.49	0.00	-0.01	-0.01
04	629.37	629.49	629.61	629.61	-0.02	-0.04	-0.04
05	1078.90	1079.20	1078.90	1078.90	-0.03	0.00	0.00

表 4 音叉結構與 CMS 模型之模態振型總表


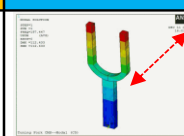

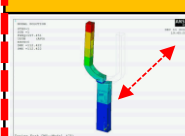

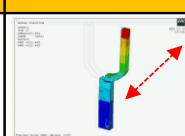

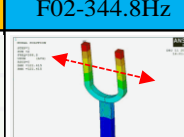

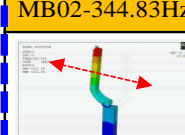
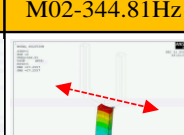
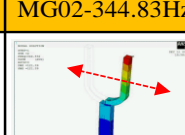

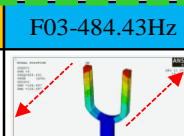

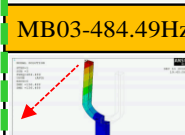

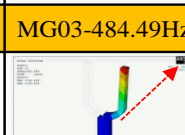
B01-197.44Hz 	F01-197.45Hz 	G01-197.44Hz 
MB01-197.45Hz 	M01-197.44Hz 	MG01-197.45Hz 
B02-344.8Hz 	F02-344.8Hz 	G02-344.8Hz 
MB02-344.83Hz 	M02-344.81Hz 	MG02-344.83Hz 
B03-484.43Hz 	F03-484.43Hz 	G03-484.43Hz 
MB03-484.49Hz 	M03-484.42Hz 	MG03-484.49Hz 

表 5 小提琴與 CMS 模型之自然頻率總表

Full violin model		CMS model		Error (%)
mode	Frequency (Hz)	mode	Frequency (Hz)	
F01	223.80	C01	226.82	-1.35
F02	278.99	C02	281.03	-0.73
F03	287.68	C03	290.72	-1.06
F04	337.73	C04	336.93	0.24
F05	350.77	C05	350.40	0.11
F06	389.41	C06	392.44	-0.78
F07	398.35	C07	408.98	-2.67
F08	463.70	C08	472.59	-1.92
F09	491.22	C09	495.49	-0.87
F10	554.68	C10	555.45	-0.14

表 6 小提琴與 CMS 模型之模態振型總表

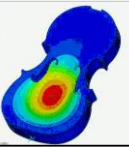
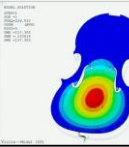
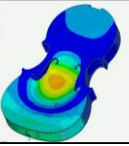
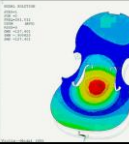
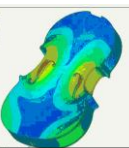
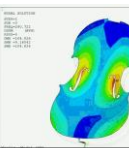
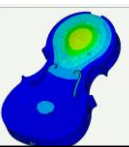
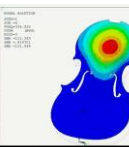
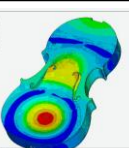
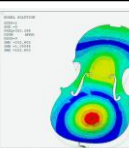
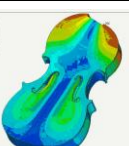
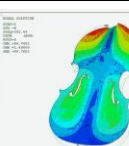
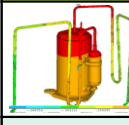
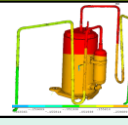
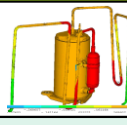
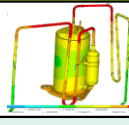
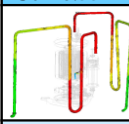







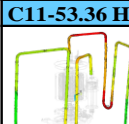
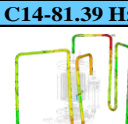
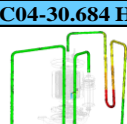
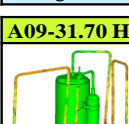
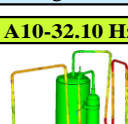
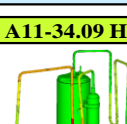
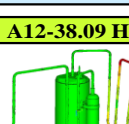
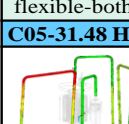
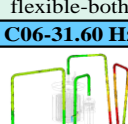
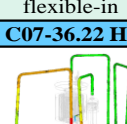
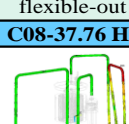
Full violin model		CMS model	Error (%)
		-1.35	
F01-223.8 Hz	C01-226.82 Hz		
		-0.73	
F02-278.99 Hz	C03-290.72 Hz		
		-1.06	
F03-287.68 Hz	C03-850.51 Hz		
		0.24	
F04-337.73 Hz	C04-336.93 Hz		
		0.11	
F05-350.77 Hz	C05-350.4 Hz		
		-0.78	
F06-389.41 Hz	C06-392.44 Hz		

表 7 壓縮機與 CMS 模型之自然頻率總表

Full model		CMS model		誤差	物理意義
A01	6.08	C01	6.55	-7.75	Rigid-X
A02	6.22	C02	6.68	-7.4	Rigid-Y
A03	19.82	C03	19.84	-0.13	Rigid-Z
A04	22.88	C10	47.96	-109.63	Rigid- θ_y
A05	23.48	C11	53.37	-127.3	Rigid- θ_x
A06	23.82	C14	81.39	-241.7	Rigid- θ_z
A07	30.85	C04	30.68	0.55	Flexible-out
A08	31.49	--	--	--	Flexible-in
A09	31.7	C05	31.48	0.68	Flexible-both
A10	32.1	C06	31.6	1.57	Flexible-both

表 8 壓縮機與 CMS 模型之模態振型總表

			
Rigid-X	Rigid-Y	Rigid-Z	Rigid- θ_y
			
Rigid-X	Rigid-Y	Rigid-Z	Rigid- θ_y
			
Rigid- θ_x	Rigid- θ_z	flexible-out	flexible-in
			--
Rigid- θ_x	Rigid- θ_z	flexible-out	--
			
flexible-both	flexible-both	flexible-in	flexible-out
			
flexible-both	flexible-both	flexible-in	flexible-out

4. 結論

本文應用【F-C-A-I-V/C-I】思維程序於 CMS 之結構振動分析，輔助結構振動分析案例之理念說明，分析案例包含簡易固定梁結構、音叉結構、小提琴結構以及實際工程案例的迴轉式壓縮機結構，可證明 CMS 方法用於各種結構振動分析的可行性，綜合以上之 CMS 分析結果可得下列幾點結論：

1. 在簡易固定梁結構分析案例中得知，CMS 用於固定梁結構以模擬結構之邊界效應確實是可行的；從模態域結果的顯示固定梁全模型與 CMS 簡化模型振動特性幾乎吻合。
2. 在音叉結構分析案例中得知，在模態參數的比對驗證中，自然頻率與模態振型皆有良好對應，表示 CMS 將音叉結構分解成數個子結構，進行模型縮減的同時，仍保有整體音叉結構的振動模態特性。
3. 在小提琴結構分析案例中得知，確認 CMS 技術用於複雜幾何結構的可行性，由模態參數的驗證

結果顯示，自然頻率與模態振型的比對皆相當的吻合。

4. 未來可將 CMS 技術導入於小提琴幾何結構設計優化的研究，利用 CMS 縮減模型的優點，將分析可著重於面板結構設計，創造音階頻率與結構自然頻率共振的效果，便有助於提升小提琴之聲音品質。
5. 在壓縮機結構分析案例中，在低頻率剛體模態比對中，平移剛體模態之自然頻率對應相當良好，旋轉剛體模態之頻率則誤差較大，推測可能來自 CMS 計算特徵值的時候，降低了壓縮機結構自由度，而導致扭轉的自由度響應不好。
6. 本文建立了 CMS 的使用技巧，不僅有效且快速的預測結構之振動特性，未來可利用此分析手法於邊界耦合效應，應用於各種複雜結構組合匹配下的響應預測。

5. 致謝

本文承蒙瑞智精密股份有限公司 107 年度產學合作計畫「壓縮機輸入源對系統振動噪音評估及響應預測技術之發展與應用」與科技部研究計畫的經費補助，得以完成本文研究，計畫編號：107-2221-E-020-018，特此致謝，經費補助，特此致謝。

6. 參考文獻

1. G. Zhang, M. P. Castanier, C. Pierre, Efficient Component Mode Synthesis with a New Interface Reduction Method, 22nd International Modal Analysis Conference (IMAC), Dearborn, MI. pp, 2043-2055, 2004
2. K. L. Lu, Y. Liu, W. G. Zhang, H. Q. Qiu, W. J. Mi, Free-interface Component Mode Synthesis Method with Link Substructure as Super-element, Procedia Engineering, Vol. 16, pp. 685-694, 2011
3. Y. Zuo and J. Wang, A Component Mode Synthesis Method for 3-D Finite Element Models of Aero-engines, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 29, No. 12, pp. 5157-5166, 2017
4. R. Vysoký, Current Capabilities of Modal Analysis of Aircraft Propeller in ANSYS Mechanical Environment, Advances in Military Technology, Vol. 12, No. 1, pp. 33-47, 2017
5. C. Papadimitriou and D. C. Papadioti, Component Mode Synthesis Techniques for Finite Element Model Updating, Computers and Structures, Vol. 126, pp. 15-28, 2013
6. 王栢村、張博鈞、林聖傑、梁秀瑋，壓縮機於空調機邊界之模擬與振動特性探討，第二十六屆中華民國振動與噪音工程學術研討會，新竹、台灣，論文編號：028，2018

7. 王栢村 (2018)。應用【F-C-A-I-V/C-I】思維程序於工程設計分析：多功能車架結構的模型驗證與基於結構剛性之輕量化設計。振動噪音產學技術聯盟，振動噪音科普專欄 <https://aitanh.blogspot.com/2018/12/f-c-i-vc-i.html>

Application of Component Mode Synthesis to Structural Vibration Analysis

Bor-Tsuen Wang¹, Bo-Jun Zhang², Sheng-Jie Lin², Ying-Huei Wu³

²Department of Mechanical Engineering,
Ping-Tung University of Science and
Technology

² Rechi Precision Co., LTD

² Machinery Division, National Nei-Pu Senior
Agricultural-Industrial Vocational School
MOST Project No.: MOST 107-2221-E-020 -018

Abstract

Component Mode Synthesis (CMS) method has been used in large or complex structures to decouple the complex structure into several substructures. Through model reduction, the simulation of substructure model can reduce its degree-of-freedom (DOFs) and shorten the solution time. This work explores the CMS method in structural vibration analysis regarding the idea, analysis procedure, physical mechanism and applications. First, the concept of CMS in structural vibration analysis is introduced. Four case studies are presented to show the feasibility and effectiveness of using the CMS method, including the two-side fixed beam, tuning fork, violin and compressor. Different types of structures are examined by using the CMS to obtain structural modal domain parameters, in comparison to those obtained from the original full structure. Results show the main interested substructure analysis by CMS can effectively reduce DOFs and solution time. For feasibility study, modal properties obtained from both the reduced CMS substructure

model and original full model, respectively, are compared and shown the equivalence. This work establishes the application techniques of CMS method that can expedite to predict the interested substructure response. The developed methodology can be applied to boundary coupling problems as well as other complex structures.

Keywords : Component Mode Synthesis, Vibration analysis, Modal analysis, Boundary coupling