

# 具簡諧倍頻音半圓型管打擊樂器之設計與驗證

王栢村<sup>1</sup>、楊昶昱<sup>1</sup>、吳盈輝<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 國立屏東科技大學 機械工程系

<sup>2</sup> 國立內埔高級農工職業學校 機械科

E-mail:wangbt@mail.npust.edu.tw

科技部計畫編號: MOST 105-2221-E-020-016

## 摘要

市面上銷售的竹風鈴及竹製打擊樂器，經初步聲音量測評估，此結構具有接近簡諧倍頻音之聲音特性，值得探究與應用發展。本文針對具簡諧倍頻音半圓型管進行外型設計與驗證，簡諧倍頻聲音係指樂器發出的泛音與基音有整數倍率的關係。首先利用有限元素分析(FEA)以參數化的方式建構半圓型管，並進行模態分析，求得理論之自然頻率與模態振型，同時透過最佳化之設計變數，以找到明確的幾何外型參數，滿足標準音階與簡諧倍頻音之目標函數值，藉以得到最佳的幾何外型結構並製作實體結構，接著透過實驗模態分析得到半圓型管之模態參數，同時利用聲音量測分析得到校正後之聲音頻譜。結果顯示，利用有限元素分析求得之半圓型管結構，其自然頻率比例符合具簡諧倍頻音之特性，且基音頻率與標準音階 F5 互相對應，其誤差為 0.45%，達到具簡諧倍頻音半圓型管之設計。未來可應用此設計方法，對各個標準音階頻率之需求，設計出不同音階的具簡諧倍頻音半圓型管組。

**關鍵詞：**半圓型管、簡諧倍頻音、打擊樂器、有限元素分析、實驗模態分析、模態參數。

## 1. 前言

一般的弦樂器都可發現有簡諧倍頻音之聲音特性，簡諧倍頻聲音係指樂器發出的泛音與基音有整數倍率的關係，因而具有良好的聲音品質特性，在市面上銷售的竹風鈴及竹製打擊樂器，經初步聲音量測評估，此結構具有接近簡諧倍頻音之聲音特性，值得探究與應用發展。

本文為了設計出具簡諧倍頻音半圓型管打擊樂器，藉由有限元素分析設計出具簡諧倍頻音半圓型管，並以實驗模態分析與聲音量測分析進行驗證，王等人[1]針對不同之塑膠管進行理論模態分析，進而使用不同厚度與長度設計出不同音階之塑膠管，Wang and Chang [2]透過理論模態分析了解簡諧倍頻底切中空圓管之振動特性，並對實際結構進行實驗模態分析，將理論與實驗之模態參數進行模型驗證，王與吳[3]藉由有限元素分析與實驗模態分析獲得銅鑼結構之模態參數，對銅鑼不同區域分別設定三種材料性質，以符合實際結構之特性。

透過其他的實驗方法了解振動與聲音特性，Damodaran et al. [4]透過設計概念，製作出複合材料之印度鼓，透過聲音量測分析，進而了解印度鼓的聲音特性，複合材料之印度鼓的聲音頻譜與傳統木製印度鼓波形相似，Chitanont et al. [5]透過光學技術將聲場視化，且其他聲音不會干擾到所要量測之聲音訊號，由於它使用單次拍攝來捕獲信息而不進行掃描，因此可以觀察到

可再現和不可重現的聲場，通常適用於高分貝之聲音與衝擊波。Fletcher et al. [6]針對數個鐘琴以不同衝擊力大小對其進行聲音量測，探討不同衝擊力對其聲音特性之影響，在實際敲擊上鐘與敲擊器具保持接觸，直到被鐘的圓周位移脈衝彈出，若衝擊時間被延長時，使得周轉頻率降低，使鐘琴之音色具備純音特性。

本文應用有限元素分析得到半圓型管之最佳化參數與理論之模態參數，並同時進行實驗模態分析得到實驗之模態參數，將實驗與分析之結果進行比對驗證，並對半圓型管進行聲音量測分析，探討具簡諧倍頻音半圓型管之發聲機制。

## 2. 具簡諧倍頻音半圓型管打擊樂器之外型設計方法

本章節主要說明開發出一套具簡諧倍頻音半圓型管打擊樂器之外型設計方法，首先針對半圓型管之結構外型進行初始設計，圖 1 為半圓型管之初始外型示意圖，半圓型管結構為圓管於徑向施予三段橫切，產生多斜率切線之半圓型管結構，半圓型管結構呈現階梯式之形狀，並建構出參數化模型，將透過有限元素分析(Finite Element Analysis, FEA)進行最佳化分析，設計出半圓型管所對應標準音階與具有簡諧倍頻聲音特性之設計參數，提供參數化之數學模型進行實體結構製作，並藉由長度與厚度搭配進而完成設計分析出一組兩個八度音之具簡諧倍頻音半圓型管打擊樂器組，目前正在申請專利中[7]。

## 3. 具簡諧倍頻音半圓型管打擊樂器之模型驗證與聲音量測分析

本文主要針對具簡諧倍頻音半圓型管打擊樂器進行模型驗證與聲音量測分析，透過有限元素分析與實驗模態分析(Experimental Modal Analysis, EMA)，求得半圓型管理論與實驗之模態參數，包含自然頻率、模態振型，進行分析與實驗之結果探討，並確認分析模型與實際結構之等效性；利用聲音量測分析所求得的聲音頻譜來觀察其聲音特性，進而探討具簡諧倍頻音半圓型管之發聲機制。

### 3.1 有限元素分析

本小節利用 ANSYS 分析軟體對半圓型管進行模態分析與簡諧分析，求得半圓型管之理論模態參數與頻率響應函數，其中半圓型管之幾何尺寸如下述說明，直徑為 25.19 mm，厚度為 0.6 mm，長度為 23.25 mm，假設材料具有等向性且為均質，並符合虎克定律之假設。以單一材料參數進行分析，其楊氏係數(E)為 186 GPa，浦

菘比( $\nu$ )為 0.34，而密度( $\rho$ )為 7795.101 kg/m<sup>3</sup>。圖 2 為半圓型管之有限元素模型，元素採用薄殼元素(Shell 63)進行建構，並以全模型進行數學模型化之假設，元素分割共有 3571 個元素與 3666 個節點；邊界設定為模擬自由邊界不做任何設定；負荷條件於模態分析時不需設定，而在簡諧分析中，需設定外力作用於半圓型管，以求得半圓型管分析之頻率響應函數。

### 3.2 實驗模態分析

透過實驗模態分析得到實驗之模態參數，包含自然頻率與模態振型，進而探討半圓型管之振動模態特性，首先透過理論模態振型之特性，作為實驗之佈點依據，圖 3 為半圓型管之實驗量測點示意圖，將半圓型管軸向方向依等距離的方式佈點，未剪裁之圓周均分成 8 個量測點，剪裁處均分成 9 個量測點，尖端處逐漸減少，靠近半圓型管之端尖為 1 個量測點，總共有 121 個量測點，圖 4 為半圓型管實驗模態分析與聲音量測實驗儀器架設圖，將訊號擷取卡(NI-9234)連接衝擊錘(PCB 9001)與加速規(27AM1-10)，利用釣魚線將半圓型管進行懸吊以模擬自由邊界，並將加速規固定於 92 號量測點上，以移動衝擊錘、固定加速規之方法進行實驗，利用訊號擷取卡擷取訊號輸入於振動噪音量測軟體(SVM)進行快速傅立葉轉換(FFT)，求得頻率響應函數與關聯性函數，將實驗求得之頻率響應函數匯入 ME'scopeVES 軟體中進行曲線嵌合，獲得實驗之模態參數。

### 3.3 聲音量測分析

針對半圓型管進行聲音量測分析，獲得其聲音之時間域響應圖、聲音頻譜圖、聲音時間頻率圖與聲音衰減率圖，探討半圓型管經敲擊錘敲擊後其聲音特性，並結合有限元素分析與實驗模態分析之結果，探討發聲頻率是否與預期之理論分析結果相互對應，進而探討半圓型管聲音特性與振動特性之關聯性。透過圖 4 顯示半圓型管以釣魚線懸吊的方式進行量測，以模擬自由邊界，將麥克風(130E20)接於訊號擷取卡，透過振動噪音量測軟體進行聲音量測分析分別進行快速傅立葉轉換與短時傅立葉轉換，求得聲音頻譜圖與聲音時間頻率圖，並利用衰減率分析求得其聲音衰減率圖，將其聲音量測分析進行聲音特性之探討。聲音量測軟體設定部分取樣時間為 3.8 sec，頻寬範圍為 0 Hz 至 10000 Hz，頻率域截斷有效條數(Nc)為 12800 Hz，頻率解析度為 0.78125 Hz。

## 4. 結果與討論

透過理論模態分析與實驗模態分析之結果進行模型驗證之探討，並且結合聲音量測分析求得聲音頻譜圖、聲音時間頻率圖與聲音衰減率圖來進行聲音特性的探討。圖 5 分別為(a)不同點與(b)同點半圓型管之頻率響應函數與關聯性函數圖，不同點為  $H_{i,j}$ ， $(i,j)=(92,1)$ ，同點為  $H_{i,j}$ ， $(i,j)=(92,92)$ ，其中  $i$  為加速規位置， $j$  為衝擊錘敲擊位置，圖中黑色實線為運用加速規作為感測器進行實驗量測獲得之頻率響應函數，紅色虛線為運用曲線嵌合軟體建構之合成曲線，藍色虛線為理論之頻率響應函數；圖 6 為半圓型管之聲音頻譜圖對應 FEA 與

EMA 模態振型圖，將聲音頻譜之峰值頻率與理論及實驗之模態振型相互對照；圖 7 分別為半圓型管之(a)聲音時頻圖與(b)聲音衰減率圖，半圓型管之聲音持續度與時間常數(Time Constant)有關，時間常數與衰減率為倒數關係，故時間常數越大聲音持續時間越長，反之則越短；表 1 為半圓型管 FEA 與聲音量測分析之自然頻率總表，主要探討低頻率之模態振型，因此列出自然頻率 3000 Hz 以前進行比對；表 2 為半圓型管之模態振型物理意義對照表，模態振型之物理意義分別以  $\theta$  與  $Z$  表示，其中  $\theta$  為圓周方向之節線數、 $Z$  為軸方向之節線數；表 3 為半圓型管聲音量測與標準音階頻率比較表，透過標準音階與聲音量測分析之結果進行音準的評估，在觀察結果後綜合討論如下：

1. 由圖 5 中可觀察出實驗與合成之頻率響應函數曲線互相對應，顯示曲線嵌合結果是成功的，代表透過曲線嵌合軟體估算之模態參數是合理可信的，並與簡諧分析之曲線進行比對，可以發現趨勢一致，但曲線有偏移之現象，其原因推測為半圓型管因黏貼加速規而產生質量效應之影響，因此需透過聲音量測分析進行校正；由關聯性函數圖中觀察出除了共振點以外皆約為 1，表示實驗品質良好。
2. 由表 1 中可發現有限元素分析之自然頻率與聲音量測分析之發聲頻率對應下，其頻率誤差最低之發聲頻率為 S\_01 頻率誤差百分比為 0.16%，頻率誤差最高之發聲頻率為 S\_07，其頻率誤差百分比為 -4.06%，自然頻率誤差平方平均根為 2.33%，證明理論分析所預測之自然頻率與聲音量測分析之發聲頻率相互對應，證明本次之設計理念是可行的。
3. 從表 2 中可發現分析與實驗所對應之模態振型對應良好，將對應之自然頻率相互比較，從表 3 中可以發現所激發之前 3 個發聲模態分別為 F-01、F-04、F-06，其對應之自然頻率基音與泛音之頻率比值接近整數倍頻之比例關係，符合設計具簡諧倍頻音半圓型管之聲音特性，表示簡諧倍頻音半圓型管之聲音音色是良好的。
4. 透過圖 7 可以得知基音頻率峰值為 S\_01 其自然頻率為 701.6 Hz，在聲音時間頻率圖中有較長的持續度，在半圓型管之聲音衰減率圖中其半圓型管之衰減率為 10.96，時間常數為 0.094，結果顯示此半圓型管之音準、音色與持續度是良好的，故後續亦可照此模式進行聲音品質之評估。

## 5. 結論

本論文應用 ANSYS 分析軟體進行有限元素分析之最佳化外型設計方法，進行一組兩個八度音之具簡諧倍頻音半圓型管打擊樂器之外型設計，並針對半圓型管進行有限元素分析與實驗模態分析，求得半圓型管理論與實驗之模態參數，包含自然頻率、模態振型，將理論與實驗之模態參數進行比對驗證，並探討具簡諧倍頻音半圓型管之振動模態特性，且透過聲音量測分析進行校正，與探討具簡諧倍頻音半圓型管之發聲機制，並以音準、音色和衰減率為聲音品質之基準，進行聲音品質評估，綜合本論文之探討可得下列幾點結論：

1. 由理論分析與實驗模態分析之結果可以發現分析與實驗所對應之模態振型對應良好，經由與聲音量測分析之發聲頻率對應下可發現其頻率誤差最低之發聲頻率為 S\_01，頻率誤差百分比為-0.16%，證明理論分析所預測之自然頻率與聲音量測分析之發聲頻率相互對應，證明本次之設計理念是可行的。
2. 由聲音量測分析中可發現基音頻率峰值(S\_01-701.6 Hz)與F5(698.46 Hz)標準音階所對應之頻率相互吻，誤差頻率百分比為 0.45%，其基音與泛音之頻率比值接近整數倍頻之比例關係，證明此結構具備著簡諧倍頻音之打擊樂器特性。
3. 在聲音時間頻率圖中基音頻率峰值為 S\_01，其發聲頻率為 701.6 Hz 有較長的持續度，與聲音衰減率圖相互呼應，此半圓型管符合具簡諧倍頻音半圓型管之音準、音色與持續度的特徵。

### 6. 致謝

本論文為科技部計畫編號 MOST 105-2221-E-020-016 之計畫，由於科技部的支持，使本計畫得以順利進行，特此致上感謝之意。

### 7. 參考文獻

- [1] 王栢村，蔡有倫，張嘉軒，張宏名，黃凱昱，「塑膠管打擊樂器之設計與製作」，中華民國振動與噪音工程學會第21屆學術研討會，台北，論文編號：B0006 (2013)。
- [2] B. T. Wang, C. H. Chang, “Preliminary Study of Hollow Pipe with an Undercut as Percussion Instrument,” The 22nd International Congress on Sound and Vibration (ICSV22), Italy, 709(R), 1-8 (2015).
- [3] 王栢村，吳銘峰，「銅鑼模型更新及聲音特性探討」，中華民國音響學會第二十四屆學術研討會，臺北，論文編號：C-11 (2011)。
- [4] 王栢村，蔡俊郎，黃崇閔，黃家賢，吳盈輝，「銅鐘聲振耦合分析之模態特性與聲音頻譜」，台灣聲學學會105年會員大會暨第29屆學術研討會，雲林，論文編號：A-01 (2016)。
- [5] N. Chitanont, K. Yatabe, K. Ishikawa, Y. Oikawa, “Spatio-temporal filter bank for visualizing audible sound field by Schlieren method,” Applied Acoustics, 115, 109–120 (2017).
- [6] N. H. Fletcher, W. T. McGee and A. Z. Tarnopolsky, “Bell Clapper Impact Dynamics and the Vocing of a Carillon,” The Journal of the Acoustical Society of America, 131(3), 1437–1444 (2002).
- [7] 王栢村，楊昶昱，吳盈輝，「具簡諧倍頻音之半圓型管.該半圓型管的設計方法及具有該半圓型管的擊樂器」，中華民國發明專利，申請案號第 106121295號(2017)。

### 8. 圖表

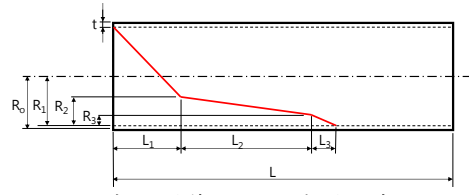


圖 1 半圓型管之初始外型示意圖

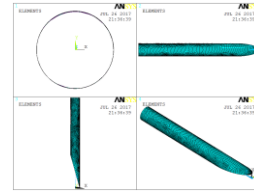


圖 2 半圓型管之有限元素模型

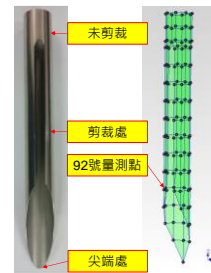
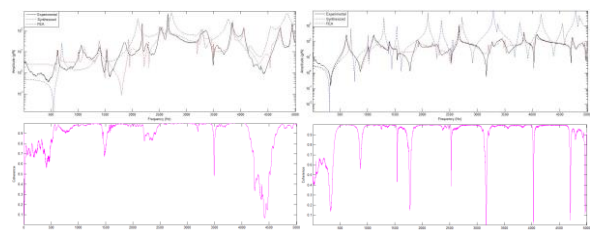


圖 3 半圓型管之實驗量測點示意圖



圖 4 半圓型管實驗模態分析與聲音量測實驗儀器架設圖



(a)不同點(H1,92) (b)同點(H92,92)  
圖 5 半圓型管之頻率響應函數與關聯性函數圖

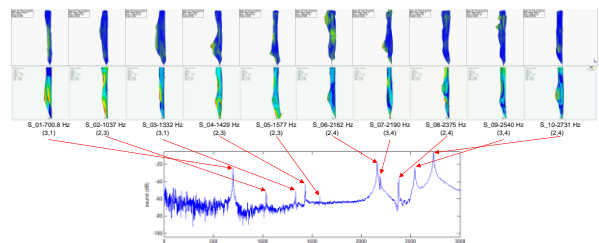
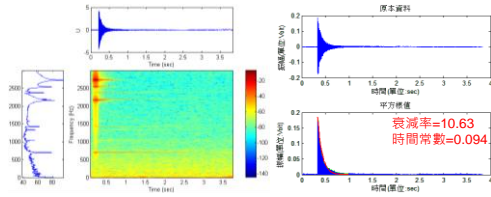


圖 6 半圓型管之聲音頻譜對應 FEA 與 EMA 模態振型圖



(a)聲音時頻圖 (b)聲音衰減率圖  
圖 7 半圓型管之聲音時頻圖與聲音衰減率圖

表 1 半圓型管 FEA 與聲音量測分析之自然頻率總表

FEA		聲音量測分析			頻率誤差 (%)	物理意義 (θ,Z)
Mode	自然頻率 (Hz)	Mode	發聲頻率			
F_01	700.5	S_01	發聲頻率(Hz)	701.6	-0.16	(3,1)
			聲音壓力位準(dB)	61.21		
F_02	1011	S_02	發聲頻率(Hz)	1037	-2.51	(2,3)
			聲音壓力位準(dB)	38.35		
F_03	1300	S_03	發聲頻率(Hz)	1333	-2.48	(3,1)
			聲音壓力位準(dB)	39.36		
F_04	1392	S_04	發聲頻率(Hz)	1430	-2.66	(2,3)
			聲音壓力位準(dB)	44.16		
F_05	1534	S_05	發聲頻率(Hz)	1577	-2.73	(2,3)
			聲音壓力位準(dB)	27.24		
F_06	2097	S_06	發聲頻率(Hz)	2162	-3.01	(2,4)
			聲音壓力位準(dB)	57.45		
F_07	2102	S_07	發聲頻率(Hz)	2191	-4.06	(3,4)
			聲音壓力位準(dB)	54.39		
F_08	2348	S_08	發聲頻率(Hz)	2377	-1.22	(2,4)
			聲音壓力位準(dB)	50.9		
F_09	2555	S_09	發聲頻率(Hz)	2541	0.55	(3,4)
			聲音壓力位準(dB)	53.62		
F_10	2721	S_10	發聲頻率(Hz)	2733	-0.44	(2,4)
			聲音壓力位準(dB)	70.29		

表 2 半圓型管之模態振型物理意義對照

FEA 模態數	模態振型	EMA 模態數	模態振型	物理意義 (θ,Z)
F_01 700.5 Hz		E_01 614.7 Hz		(3,1)
F_02 1011 Hz		E_02 1016 Hz		(2,3)
F_03 1300 Hz		E_03 1108 Hz		(3,1)
F_04 1392 Hz		E_04 1401 Hz		(2,3)
F_05 1534 Hz		E_05 1529 Hz		(2,3)
F_06 2097 Hz		E_06 1933 Hz		(2,4)
F_07 2102 Hz		E_07 2182 Hz		(3,4)
F_08 2348 Hz		E_08 2298 Hz		(2,4)
F_09 2555 Hz		E_09 2533 Hz		(3,4)
F_10 2721 Hz		E_10 2668 Hz		(2,4)

表 3 半圓型管聲音量測與標準音階頻率比較表

F5 標準音階 頻率(Hz)	具簡諧倍頻音半圓型管				頻率比值
	模態數	發聲頻率 (Hz)	頻率誤差 (Hz)	頻率誤差 (%)	
698.46	S_01	701.60	3.14	0.45	1.00
1396.92	S_04	1430.00	33.08	2.37	2.04
2095.38	S_06	2162.00	66.62	3.18	3.08

## Design and Verification of Half Cylindrical Tube with Harmonic Sound Effect for Percussion Instrument

Bor-Tsuen Wang<sup>1</sup>, Chang-Yu Yang<sup>1</sup>,  
Ying-Hui Wu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Mechanical Engineering National  
Pingtung University of Science and Technology

<sup>2</sup>National Nei-Pu Senior Agricultural-Industrial Vocational  
School of Machinery Division

### Abstract

The bamboo percussion instrument and wind bell can be found with the basic shape of half cylindrical tube, and their sound can reveal with near harmonic sound effect. This work aims to develop the design and verification method to get the half cylindrical tube with harmonic sound. That the harmonic sound means the tube's percussion sound peak response frequencies having the integer ratio relation between overtone frequencies and the fundamental frequency. First, finite element analysis (FEA) is adopted to construct parametric geometry model of half cylindrical tube and perform modal analysis to obtain natural frequencies and mode shapes. The optimization problem can then be formulated. The geometry parameters are design variables to be determined such that the objective function defined accordingly for harmonic sound. The geometry design of half cylindrical tube can be obtained to have the percussion sound with harmonics characteristics. The designed tube is also manufactured and performed experimental modal analysis (EMA) to get its modal parameters. The percussion sound is also measured to obtain sound spectrum for calibrating the effective design. Results show the designed half cylindrical tube can meet the design goals for harmonic sound effects. The fundamental frequency is corresponding to standard frequency of musical note F5 within 0.45%. This meets the requirement for percussion instrument. This work demonstrates the feasibility of designing the half cylindrical tube with harmonic sound. Different musical notes of tubes can be designed by the general geometry model and shown promising to come up with a new type of percussion instrument.

**Keywords:** half cylindrical tube, harmonic sound, percussion instrument, finite element analysis (FEA), experimental modal analysis (EMA), modal parameter