



## 自行車前叉之模型驗證與彎曲試驗模擬分析

王栢村<sup>1</sup>、謝宗廷<sup>2</sup>、曾國睿<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 國立屏東科技大學 機械工程系 教授

<sup>2</sup> 國立屏東科技大學 機械工程系 研究生

E-mail: [M9932003@mail.npust.edu.tw](mailto:M9932003@mail.npust.edu.tw) (謝宗廷)

### 摘要

本文主要結合有限元素分析及實驗模態分析，對於自行車前叉進行模型驗證，以獲得等效於實際結構之分析模型，再以等效模型進行響應預測，以了解自行車前叉受力後變形與強度。首先應用有限元素分析，求得自行車前叉之理論自然頻率、模態振型，再由實驗模態分析求得實際結構之自然頻率、阻尼比、模態振型，藉由實驗與理論的參數進行比對，確認實際結構之材料性質，並套用於有限元素模型，完成模型驗證。參考歐盟 EN14764 城市與旅行自行車試驗規範之靜態彎曲試驗，對結構進行響應預測，透過預測結果判斷前叉結構是否符合規範。因此，本文建立設計變更的模型驗證與響應預測之前置作業流程，在未來可直接應用進行結構設計變更。

**關鍵字：**自行車前叉、有限元素分析、實驗模態分析、響應預測。

### 1. 前言

現今地表溫度不斷上升，油價飆漲的時代，節能減碳的口號，漸漸受到大家關注。因應著環保意识的抬頭，許多人選擇了自行車當作代步工具，不只能減少石油能源的消耗，也能強健體魄作為假日休閒使用，更有部分車手相約百公里長征，而自行車的安全性便顯得相當重要。事實上，因車體結構強度不足而發生意外的事件並不常見，主要是因為市面上販售之自行車皆有一定強度，但結構強度越高隨之帶來的是高車體重量。自行車車體重量影響著騎乘速度及騎乘施力，較輕的車體滑行速度快，施力小可以減輕體力的耗損，這亦是高檔車款選擇輕量化材料的原因。

自行車車體主要由把手、前叉、車架所組成，良好的車體結構可以保持足夠剛性，增加行車安全。傳統自行車為保持剛性，無法有效降低重量，使得車體笨重騎乘舒適度不佳，故本文透過模型驗證得到前叉之結構參數，並進行響應預測，透過預測的結果了解結構鋼性，作為後續探討結構輕量化對性能的影響。因此設計出具有足夠剛性及輕量化的車體是各家廠商追求的重點。

王等人[1-2]與林等人[3-4]與胡等人[5]利用理論有限元素分析與實驗模態分析，分別對自由邊界下之薄板結構、端銑刀、圓柱形薄殼結構、弧形薄殼結構及大客車車體結構，求得理論與實驗之模態參數，成功

完成模型驗證獲得等效於實際結構之有限元素模型。

翁等人[6]與胡等人[7]利用固定加速度規，移動驅動器，並以不同軸向規劃不用敲擊點，分別進行實驗，以獲得不同軸向之頻率響應函數，分別對碳纖複合管材料結構及機車車架，完成模型驗證。

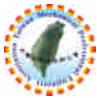
王等人[8]以 UV 車架結構為例，探討實驗模態分析之預測試方法及曲線嵌合技巧，說明實驗模態分析可適用於複雜結構，並在求得模態參數後，可作為模型驗證之依據。

胡等人[9]探討 SAVRIN 前轉向節結構，由實驗模態分析求得等效於實際結構之有限元素模型，再利用等效模型施加假設實際行駛時之外部受力，了解前轉向節原始設計剛性是否足以應對實際行駛時受力。

本研究主要以實驗模態分析進行，以衝擊錘為驅動器激振前叉，並以加速度規為感測器量測振動信號。透過頻譜分析儀 SigLAB 擷取信號，經過傅立葉轉換獲得結構頻率響應函數，再利用曲線嵌合獲得結構模態參數，如自然頻率、模態振型及阻尼比。而實驗模態分析所測得的結構模態參數，可提供給有限元素分析的模態參數進行比對驗證，確認有限元素模型正確性，並參考歐盟 EN14764 城市與旅行自行車試驗規範之靜態彎曲試驗，對結構進行響應預測，透過預測結果判斷前叉結構是否符合規範，可提高有限元素分析的可靠度。透過模型驗證與響應預測的實際案例，可做為未來進行實驗的前置作業流程參考。

### 2. 模型驗證與響應預測

一般模型驗證之流程圖，如圖 1 所示。主要分成有限元素分析與實驗模態分析，有限元素分析是用假設的材料參數進行模擬，進而求得自然頻率與模態振型。實驗模態分析則是由實際結構進行實驗，可以求



Model verification for Front Fork structure

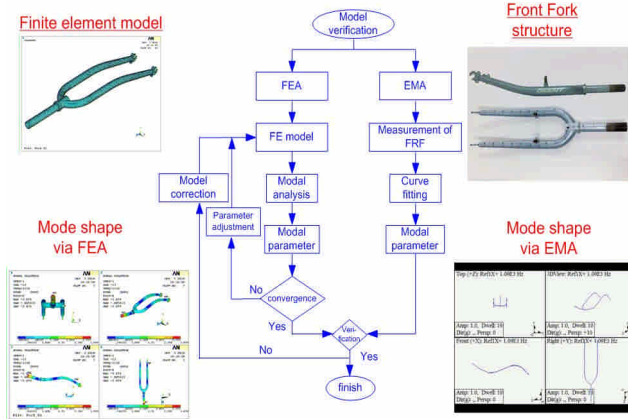


圖 1 模型驗證流程圖

Structural design modification for Front Fork structure

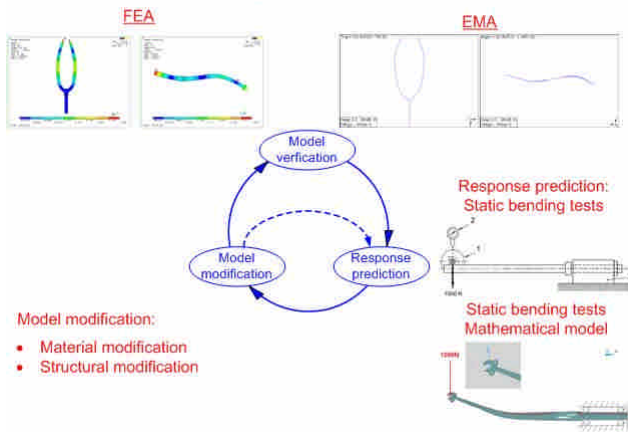


圖 2 設計變更流程圖

準將再次進行結構的變更，往復進行，直到結構符合所訂定的標準為止。

### 3. 模型驗證

本節分別說明對前叉之有限元素分析與實驗模態分析，以及前叉模型驗結果之探討。

#### 3.1 有限元素分析

本文以捷安特自行車(CT-102)前叉為實體，如圖 3，經由量測繪製成 3D 實體模型。座標系統訂定，自行車前後方向為 Y 軸，左右側方為 X 軸，高度向則為 Z 軸。

本文主要利用 ANSYS 軟體為求解工具，使用線性體元素 Solid45 建立前叉之有限元素模型，每個元素有 8 個節點，每個節點有 3 個自由度(UX,UY,UZ)。在材

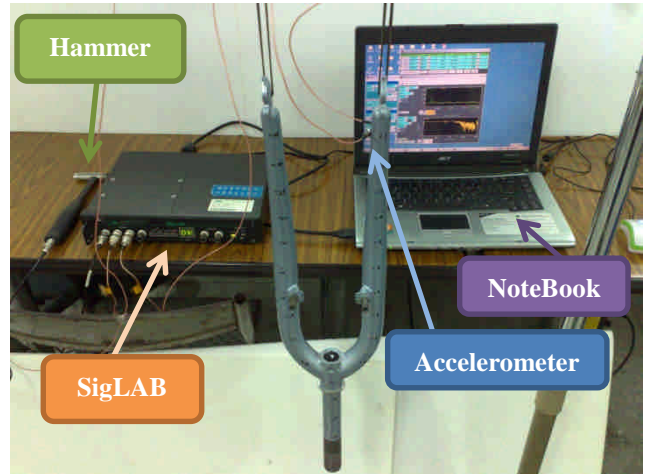


圖 5 實驗架構圖



圖 3 前叉實體結構圖

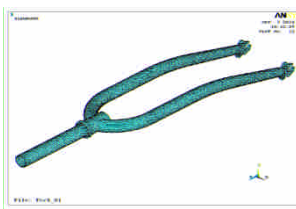


圖 4 前叉有限元素模型

得實際結構的模態參數，因此進行驗證時須以實驗模態分析的結果作為基準，利用實驗模態分析的結果修改有限元素分析中的材料參數，使得有限元素模型可以代表實際結構。圖 2 為設計變更流程圖，建立符合標準試驗之模擬分析稱為響應預測，試驗的標準通常為國際標準、國家標準或自定義的標準，通常是以欲達成的目標而定。響應預測是設計變更的依據，根據響應預測的結果判斷設計變更的結果是否符合原始要求及是否重新設計。

應用有限元素分析於設計變更，需取得等效實際結構的有限元素模型，也就是模型驗證。接著定義試驗對應分析的響應標準，依其標準來判斷結構的安全性。進行設計變更後再次進行響應預測，若不符合標

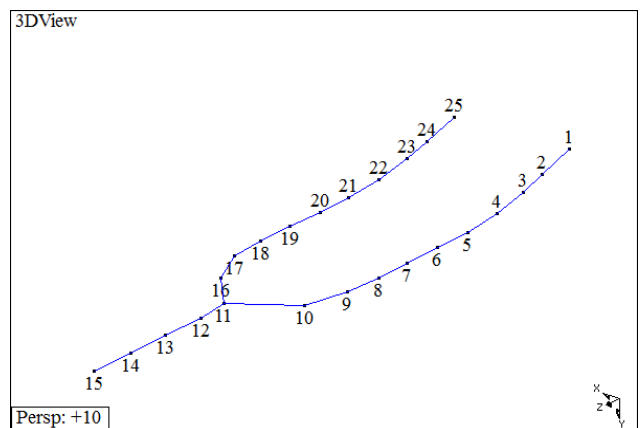


圖 6 手把及前叉之分割及編號情形

料參數設定方面，楊氏係數  $E = 224 \times 10^9 \text{ Pa}$ ，浦松比  $\nu = 0.3$  而密度  $\rho = 7050 \text{ kg/m}^3$ 。元素分割採用 FreeMesh 進行，共 59607 個元素。邊界為自由邊界(FreeFree)且無外力輸入狀態下進行模態分析。分析頻寬為 0~2000Hz 之間取得 10 個模態。



### 3.2 實驗模態分析

本文以實驗模態分析來獲得實際結構的模態參數，以衝擊錘為驅動器，以加速度規為感測器進行實驗，透過 SigLAB 訊號分析儀求得頻率響應函數、關聯性函數。再將頻率響應函數匯入 ME scopeVES 進行曲線嵌合，最後求得實際結構之模態參數。

圖 5 為實際實驗進行架構，利用彈性繩懸掛自行車前叉模擬自由邊界。在實驗儀器方面，首先將衝擊錘經由導線連接於訊號分析儀 Channel 1，同樣將加速度規由導線連接於訊號分析儀，本實驗使用二單軸向加速度規，貼於前叉的 X 軸與 Y 軸，並分別接在 Channel 2、Channel 3。在訊號分析儀的設定方面，使用頻寬為 2000Hz，解析條數為 4096 條，解析頻率為 1.25Hz。

本文使用固定加速度規，移動衝擊點的方式進行實驗。使用移動衝擊錘的方式進行實驗，只能獲得該衝擊方向的振幅，因此實驗必須分成二次，X 軸向與 Y 軸向激振，最後將兩次實驗的數據彙整，以便進行模態比對。如圖 6 所示，前叉結構等分成 25 等分，感測器位置固定於點 1，驅動器則依序移動，共獲得 50 筆頻率響應函數。

### 3.3 結果與討論

實驗頻率響應函數及理論頻率響應函數比較如圖 7。其中分為 X 方向同點頻率響應函數(Point FRF)及轉移頻率響應函數(Transfer FRF)，Y 方向亦同。每個圖中的曲線分別為實驗(Experimental)、理論(Theoretical)及實驗合成(Synthesized)率頻響應函數。由圖 7(a)、(b)X 方向之實驗與合成頻率響應函數曲線有極高的吻合，

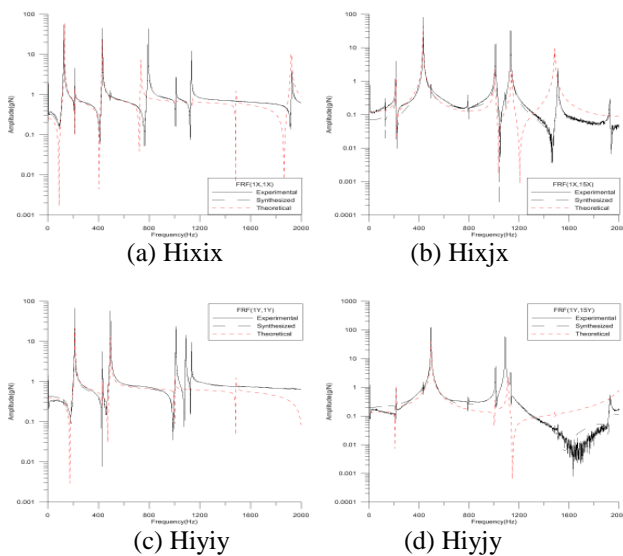


圖 7 實驗與理論頻率響應函數之比較

(a)Hixix (b) Hixjx (c) Hiyiy (d)Hiyjy

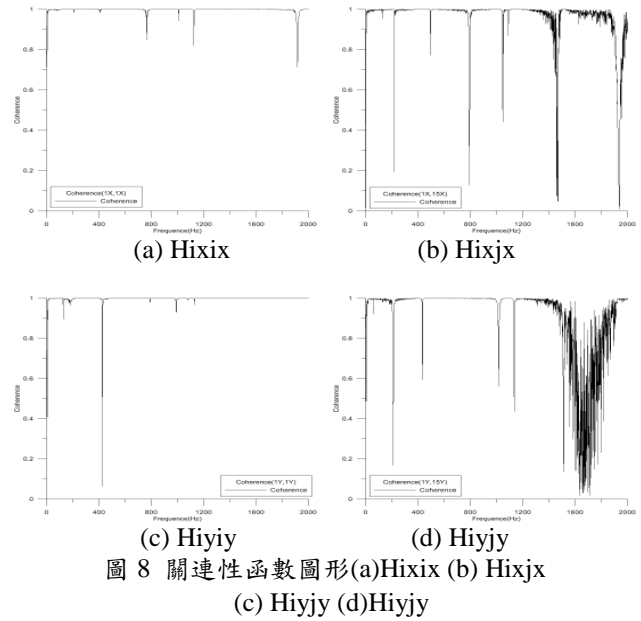


圖 8 關連性函數圖形(a)Hixix (b) Hixjx (c) Hiyiy (d)Hiyjy

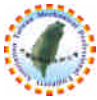
表 1 FEA 與 EMA 之自然頻率誤差百分比及實驗阻尼比

模態	FEA(Hz)	EMA(Hz)	誤差(%)	阻尼比(%)	累計平均尼比(%)
1	131.7	126.5	4.10	0.184	0.184
2	213.0	212.4	0.30	0.101	0.142
3	429.7	432.6	-0.67	0.070	0.106
4	495.0	494.6	0.06	0.056	0.081
5	734.6	792.3	-7.28	0.060	0.071
6	1003.6	1011.0	-0.73	0.038	0.054
7	1109.6	1089.2	1.87	0.043	0.049
8	1139.8	1132.5	0.64	0.045	0.047
9	1484.2	1510.3	-1.73	0.070	0.058
10	1921.4	1926.1	-0.24	0.099	0.078

由此顯示曲線嵌合的正確性極高。理論部分在 1000Hz 之前除了反共振點其於皆對應良好，但超過 1000Hz 之後卻開始出現了飄移，推測原因為加速度規在高頻訊號較微弱所致。圖 7(c)、(d) Y 方向之實驗與合成頻率響應函數曲線亦有極高的吻合，由此顯示曲線嵌合的正確性極高。理論部分在 1000Hz 以前除了反共振點亦對應良好，在超過 1000Hz 亦產生了飄移。在圖 7(d)Y 方向轉移頻率響應函數在高頻部分曲線相當不平滑，是該區域已超出頻譜分析儀之動態範圍而導致無法完整呈現。

圖 8 為對應圖 7 頻率響應函數之關連性函數，關連性函數越接近 1，表示結構之頻率響應函數可信度越高，在圖 8 中同點之關連性函數除了反共振點外，大致上都接近 1，而在轉移之關連性函數除了高頻部分因為超出頻譜分析儀之解析範圍所導致不均勻抖動，其於部分亦相當接近 1，表示結構之頻率響應函數可信度高。

表 1 為 FEA 與 EMA 之自然頻率誤差百分比及實驗阻尼比，在 0~2000Hz 的頻率範圍內共有 10 個模態，由表中得知理論分析跟實驗分析之自然頻率幾乎一致，只有第 1、5 模態較不相同，其中第 5 模態差異最大，約-7.2%。



最大阻尼比出現在第1模態，為0.184%，累計平均阻尼比為0.078%，並以作為後續動態響應分析之阻尼比設定。

在本實驗測試頻寬0~2000Hz之間共有10個模態，由表2可看出實驗與理論之各模態振型輪廓相當吻合，除了第10個模態左半邊沒有對應，推測可能原因為Y方向頻率響應函數高頻部分，超出譜頻分析儀所導致振型偏移。

實驗振型與理論振型之模態保證指標(Modal Assurance Criterion, MAC)如表2。X方向敲擊模態保證指標，由表可看出數值大致上都在0.8以上，但在第4及7模態的值卻接近0，主要因為該振型以Y方向振幅為主，在X方向幾乎沒有振幅所致。Y方向敲擊模態保證指標，由表可看出有6個模態在0.8以上，而較不對應的4個模態，原因同X方向敲擊模態保證指標，Y方向振幅較低所致。對照X、Y方向每個模態皆相當接近1，表示實驗與理論振型之間具有良好正

表2. FEA與EMA之模態振型比較對照表

模態	FEA 振型	EMA 振型	頻率誤差 (%)	X 方向 MAC	Y 方向 MAC
1			3.70	0.9971	0.0803
2			0.50	0.8980	0.9819
3			-0.76	0.9716	0.8378
4			0.00	0.0511	0.9865
5			-7.24	0.9846	0.0229
6			-0.63	0.9569	0.9313
7			1.80	0.1852	0.9550
8			0.87	0.9617	0.9493
9			-1.71	0.9394	0.6370
10			-0.45	0.8145	0.7477

交性。

就整體而言自然頻率的誤差百分比在正負之間變動，並沒有完全偏向正變動或負變動，模態振型之

物理意義對應一致，表示模態參數比對良好，已達模型驗證目的。

#### 4. 響應預測

響應預測主要是以一個或多個試驗規範，依照規範對實際結構進行試驗，用以了解結構受外力作用後，外力對結構所造成的變化，並依結果考慮是否對結構進行材料更換或結構變更，是設計變更的重要依據。

##### 4.1 試驗與分析模型

本文主要選用歐盟 EN14764 城市與旅行自行車試驗規範[10]中之前叉靜態彎曲試驗作為響應預測的主要規範。圖9為EN14764前叉彎曲試驗規範示意圖，將前叉上端固定於夾具上以模擬鎖固於車架，在車輪平面，垂直前叉立管軸線與行進方向施加1000N並保持此力量1分鐘，將力量降低至100N並記錄任何永久變形量。測驗要求進行測試後，前叉不可有任何部分

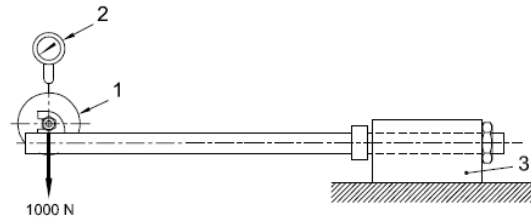


圖9 EN14764前叉彎曲試驗規範示意圖

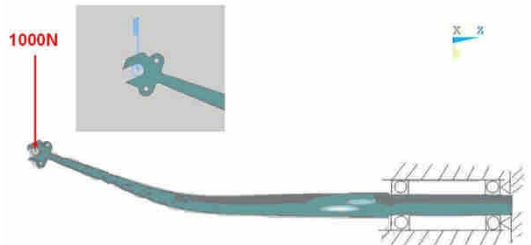


圖10前叉彎曲試驗之數學模型圖

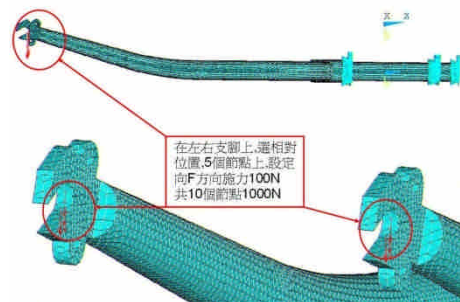


圖11彎曲試驗之有限元素模型

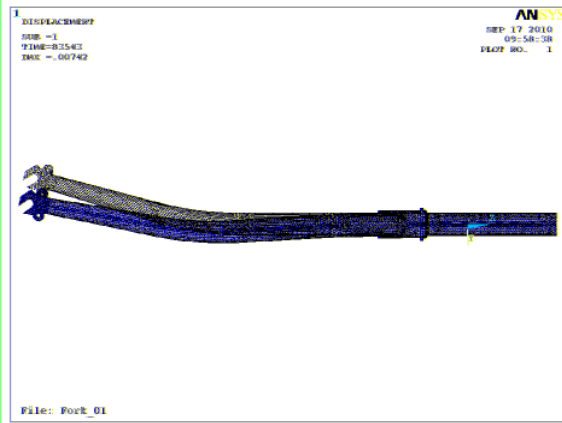
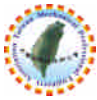


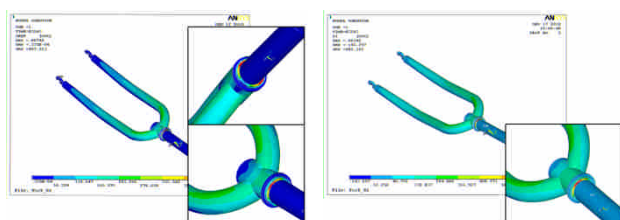
圖 12 彎曲試驗分析之位移圖

破裂或有目視可見之裂痕，且量測輪軸或模擬軸之軸線相對於位移量不得超過 5mm，若有避震之前叉則不得超過 10mm。

前叉彎曲試驗之數學模型如圖 10，假設前叉立管鎖固於車架上，令前叉立管之上下軸承表面及立管上端螺紋鎖固處均為固定邊界，令 1000N 力向 Y 方向作用以模擬。依照規範將前叉模型上端固定，依照實際鎖固情況設定位移限制，將滾珠軸承設定三方向(X,Y,Z)

表 4 模擬 EN14764 前叉彎曲試驗之數據總表

應力	$\sigma_{MAX}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	降伏強度 $S_{yp}$ (MPa)	抗拉強度 $S_{ut}$ (MPa)
$\sigma_{eqv}$	495.34	0.343E-04	392	646.8
$\sigma_1$	680.11	-141.13	392	646.8
$\sigma_2$	246.80	-247.09	392	646.8
$\sigma_3$	140.13	-680.78	392	646.8



(a) 麥西斯應力

(b) 最大主應力

圖 13 彎曲試驗分析之應力分部圖(a)麥西斯應力(b)最大主應力

位移為 0，模擬上端螺帽鎖緊時亦設定三方向位移為 0。有限元素模型以線性立方體元素 Solid45 建立，如圖 12 採用 FreeMesh 進行元素分割，共 59607 個元素。位移限制依照數學模型假設，在前叉立管上下軸承表面及立管上端螺紋鎖固處設定位移限制，使 UX,UY,UZ 為 0。外力負荷將 1000N 力平均分配到二軸槽，每軸槽再將等分力分成 5 等份，分別作用在 5 個節點上。

#### 4.2 模擬分析結果與討論

依照規範對於模擬試驗結果比對，由圖 12 可得知，前叉受力後最大變形量  $D_{MAX}=0.007mm$ 。由表 4 得知前叉受力後麥西斯應力  $\sigma_{eqv}=495.34MPa$ ，大於高碳鋼降伏強度，判斷前叉受力後將產生永久變形。最大主應力  $\sigma_1=680.11MPa$  大於高碳鋼降伏強度及抗拉強度，判斷受力後可能有破壞之虞，且麥西斯應力及最大主應力均發生在前叉立管軸承處，將是未來設計補強的重點區域。因模擬時假設材料皆位於彈性限度內，雖然可得知材料受力後位移量，但此位移量無法代表超過降伏強度後的變形量。

前叉無法通過靜態彎曲模擬試驗，在未來可用實際結構進行靜態彎曲實驗，比較模擬試驗結果，或者針對有破壞可能之處進行模型變更，使其符合規範內容。

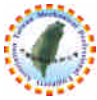
#### 5. 結論

本文透過有限元素分析與實驗模態分析比對探討自行車前叉進行模型驗證，其相關結論如下：

- (1) 頻率響應函數曲線圖可看出，實驗與合成曲線吻合度極高，顯示曲線嵌合正確性高。
- (2) 關連性函數圖形可看出，除了反共振點以外其於部分函數都相當接近 1。但在實驗 Y 敲擊方向高頻部分產生不均勻抖動，其原因為頻率響應函數已超出頻譜分析儀之動態範圍，整體而言，實驗品質良好。
- (3) 前叉自然頻率除了第 1 和第 5 模態以外，其於自然頻率誤差皆在 3% 以內，而第 1 和第 5 模態誤差在 10% 以內。
- (4) 前叉模態振形現已比對 10 個模態，以現階段而言模型驗證已可證明有限元素模型之等效性。
- (5) 響應預測結果並不符合歐盟 EN14764 規範，在未來可利用實際結構進行測驗比對正確性；或更改前叉外型來改善。

#### 參考文獻

- [1] 王栢村、曹文昌，「應用有限元素與實驗模態分析之結構模型驗證」，中華民國振動與噪音工程學會第十屆學術研討會，台北市，第131-138頁，2002。
- [2] 王栢村、林鴻裕、陳仲正，「端銼刀之實驗模態分析與模型驗證」，2004 TAIANANSYS CONFERENCE，南投縣，第94-100頁，2004。
- [3] 林鴻裕、劉思正、王栢村、厲光耀，「應用有限元素法與實驗模態分析之圓柱形薄殼結構模型驗證」，中華民國振動與噪音工程學會第十一屆學術研討會，基隆，第198-205頁，2003。
- [4] 林鴻裕、王栢村、王銘哲，「弧形薄殼結構之振動特性分析」，台灣區ANSYS用戶大會暨論文發表會，台中，第254-258頁，2004。
- [5] 胡惠文、王栢村、王桀民、高懷恩、陳坤義、呂鎮源，「大客車車體結構之振動分析與實驗」，



- 中華民國振動與噪音工程學會第十五屆學術研討會，台北，第 295~301頁，2007。
- [6] 翁嘉駿、沈炳臣、康淵、張永鵬、莊達平、孫士璋、李山、葛光祥，「碳纖複合管材結構模態分析與驗證」，中華民國力學學會第28屆全國力學會議，台北，第2193-2200頁，2004。
- [7] 胡惠文、高宗華、陳力齊，「機車車架結構之模態實驗分析與有限元素模型驗證」，中華民國振動與噪音工程學會第17屆學術研討會，台北，論文編號：C-02，2009。
- [8] 王栢村、陳昱成、陳勇全，「車架之實驗模態分析實務與振動模態特性探討」，中華民國振動與噪音工程學會第18屆學術研討會，台北，論文編號：C-150，2010。
- [9] 胡惠文、張書源、陳坤義、謝寶賢，「SAVRIN前轉向節之結構強度分析」，中華民國力學學會第31屆全國力學會議，高雄，論文編號：K-10，2007。
- [10] EN 14764, 2005, City Trekking Bicycles – Safety Requirements and Test Methods, European Committee for Standardization.

are used to evaluate the strength and safety of the front fork. This paper addressed the design modification procedures, is particular for modal verification and response prediction, That can be adopted for structural modification as well.

*Keywords: the Fork of Bicycle, FEA, EMA, Response Prediction*

## Model Verification and Simulation Analysis of Bending Test for the Fork of Bicycle

Bor-Tsuen Wang<sup>1</sup>, Tsung-Ting Hsieh<sup>2</sup>,  
Kuo-Jui Tseng<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Professor, Department of Mechanical Engineering,

<sup>2</sup> Graduate Student, Department of Mechanical Engineering,

### Abstract

This work integrates finite element analysis (FEA) and experimental modal analysis (EMA) techniques to perform modal verification on the front fork of bicycle. The analytical modal of the front fork can be validated, and the verified equivalent modal is then used for response prediction to evaluate structural deformation and stiffness. The FEA is first performed to obtain natural frequencies and mode shapes of the front fork. The EMA is then carried out for the front fork to determine structural natural frequencies, modal damping ratios and mode shapes. By the comparison of modal parameters obtained from FEA and EMA, the structural material constants can be updated to get the equivalent FE modal via modal verification process. The EN14764 standard, i.e. the safety requirements and test methods for city trekking bicycles, is referred to conduct response prediction for the static bending test of the front fork. The predicted results