



## 應用實驗模態分析與操作模態分析於平台模型驗證之探討

王栢村<sup>1</sup>、黃俞憲<sup>2</sup>、李昆達<sup>3</sup>

<sup>1</sup>屏東科技大學機械工程系教授

<sup>2</sup>屏東科技大學機械工程系研究生

<sup>3</sup>金頓科技股份有限公司 研發處處長

國科會計畫編號：NSC-97- 2622-E-020-003-CC3

### 摘要

本文主要為應用實驗模態分析(EMA)與操作模態分析(OMA)兩種不同的實驗方法，結合有限元素分析進行平台之模型驗證。首先，建立平台之有限元素模型，並進行平台固定邊界之實驗模態分析，量測平台靜態時之結構模態參數，其次搭配振動試驗機產生白噪音激振進行操作模態分析，量測基座激振的加速度輸入及平台頂面的加速度響應輸出，得到平台的頻率響應函數並擷取模態參數。EMA及OMA分別都能得到振動平台之結構模態參數，包含自然頻率、模態振型及阻尼比，兩者的模態特性相似。OMA可得到較符合實際的振動平台情況，而EMA是比較快速的實驗方法，兩種實驗結果皆能用來與振動平台之理論模型進行比較及驗證，本實驗驗證OMA實驗方法之可行性，並可採用進行結構模態測試。

關鍵字：實驗模態分析(EMA)、操作模態分析(OMA)、振動平台、模態參數。

### 1. 前言

如今科技已越來越先進，凡事講求精緻與精密，相對的越精密的物品越容易受外在的影響，因此需要進行環境應力篩選。然而，振動測試也是其中相當重要的一環，振動試驗機主要用以模擬測試物長時間處於環境振動情形，可進行水平式與垂直式的測試，由於試驗機可進行垂直式測試之面積較小，故需架設輔助平台用以擴充測試面。但是不同的輔助平台結構都會有不同的振動特性，因此須對輔助平台結構進行振動分析，了解其振動特性，並探討輔助平台在激振下是否能保持良好的平坦度。

過去對於實驗模態分析技術及模型驗證技術已有諸多的探討，實驗模態分析屬於一種振動量測技術，在謝[1]介紹了振動量測中所必須使用的感測器種類，並說明整個實驗模態分析進行的步驟，說明每個步驟的涵義及其應用。由王等人[2]對振動試驗機激振器音圈結構，應用有限元素分析及實驗模態分析，求得音圈結構之模態參數及頻率響應函數，並完成模

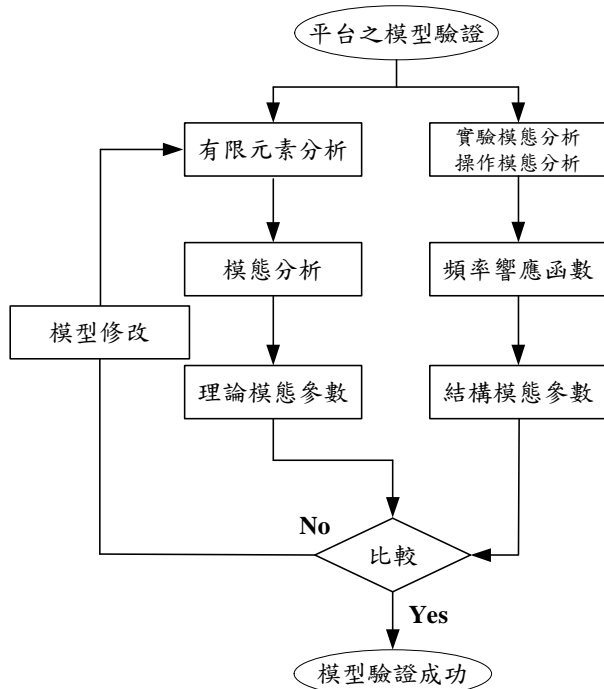
型驗證。Wang and Li[3]以有限元素法(FEM)進行數值求解，及ANSYS軟體建構船之有限元素模型進行振動分析，並以等比例建造一縮小的實際模型進行實驗模態分析，針對隔振系統進行模型驗證，以得到等效實際結構的有限元素模型。Turek and Ventura[4]針對一座高速公路橋進行振動測試，使用SAP2000分析軟體建構有限元素模型，以EFDD及SSI兩種實驗方法進行實驗量測，主要為運用實際量測之結果來驗證電腦模型，以設計更好的結構來抵抗地震所造成的破壞。然而一般小結構實驗分析皆是以衝擊錘為驅動器，在王和王[5]應用壓電片為驅動器進行實驗模態分析，並推導樑之理論方程式進行理論振動分析，包含了懸臂樑的自由振動分析及懸臂樑壓電片的強制振動分析，驗證顯示使用壓電片亦可求得懸臂樑之自然頻率、模態振型及阻尼比。陳等人[6]由驗證電腦風扇外殼結構的自然頻率及模態振型，了解主要影響風扇外殼振動量的位置，對結構進行幾何變更設計，經由二次分析顯示變更設計後之結果已達到設計目標。Wang et al.[7]主要結合FEA及EMA進行自由邊界及固定邊界下平台之模型驗證，及理論及實驗的平坦度分析驗證，將以上步驟發展成垂直輔助平台設計變更之作業流程，並以實際範例介紹確認流程之可行性。

王等人[8]發展一套平台平坦度性能指標評估模式，以有限元素分析之結果進行理論平坦度分析與應用由操作模態分析技術演變而來的平坦度量測技術量測為實驗平坦度分析，驗證所推導之平坦度性能指標之正確性。王等人[9]對垂直輔助平台進行有限元素分析(FEA)、實驗模態分析(EMA)及操作模態分析(OMA)，由3種分析相互驗證，分別了解平台於靜態及動態的振動特性，最後並將結果進一步進行平坦度分析。Richard and Champoux[10]應用傳統模態分析、操作模態分析(OMA)及操作變型振型(ODS)對腳踏車進行騎乘舒適性探討，分別求得腳踏車之自然頻率及模態振型並比較之，發現腳踏車之前輪結構為主要影響騎乘之舒適度。

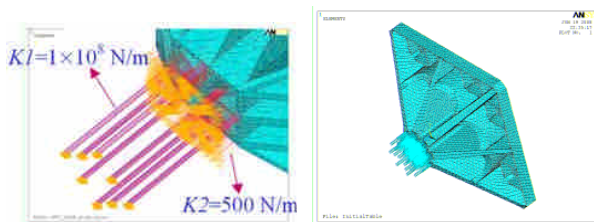
本文目的主要為探討平台進行EMA與OMA所得的靜態與動態之振動特性，結合有限元素分析進行



對應之等效分析模型，可利用此等效分析模型於後續之結構響應預測分析。



圖一模型驗證之流程圖



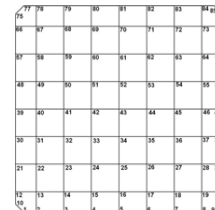
(a)彈簧邊界設定示意圖 (b)平台有限元素模型  
圖二平台有限元素模型

## 2. 模型驗證之理念

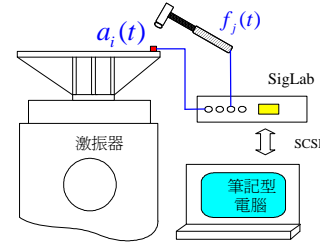
圖一為模型驗證之流程圖，模型驗證分為理論與實驗兩個部份，可由有限元素分析軟體進行模態分析求得理論之模態參數，包含自然頻率及模態振型；實驗部份則可藉由實驗模態分析或操作模態分析，量測得結構之頻率響應函數，再以模態參數擷取軟體得到結構之模態參數，包含：自然頻率、模態參數及阻尼比，最後比較兩者之模態參數，確認所建立之分析模型之正確性。

模型驗證方法可比對頻率響應函數及模態參數兩種，比對頻率響應函數須依量測點數及對應的頻率點一一比對，過程較為繁雜費時；結構之模態參數是依結構而定，故比對自然頻率及模態振型亦可確認分析模型是否正確，與頻率響應函數比對相較下，是較為方便快速的方法，故本文選用比對模態參數的方式進行模型驗證。

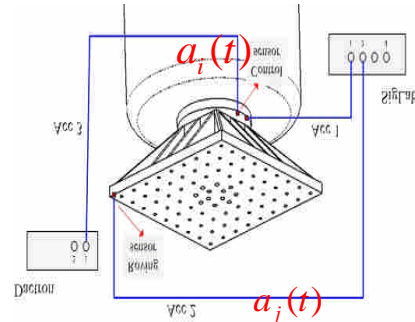
進行模型驗證之意義主要為獲得與實際結構相



圖三量測規劃點示意圖



圖四EMA實驗儀器架設圖



圖五OMA實驗儀器架設圖

## 3. 有限元素分析

應用ANSYS軟體進行平台有限元素分析，首先在CAD軟體中建構模型，再轉入ANSYS軟體建構有限元素模型，使用線性立體元素(Solid45)及線性彈簧元素(Combin14)，採自由分割，設定彈簧邊界並對螺絲孔及其他接觸面設定不同的彈簧常數( $K_1$ 、 $K_2$ )如圖二(a)，以模擬實際平台鎖固的情況，圖二(b)為平台有限元素模型示意圖。進行模態分析時無須設定外力，進行簡諧響應分析時分別對應於EMA及OMA需設定兩種輸入形式，一種為單點力形式對應於EMA實驗，令一則為於平台底部對應不同的彈簧常數設定不同大小的力，以模擬基座激振的輸入，求得平台的頻率響應函數、自然頻率及模態振型。

## 4. 實驗方法及步驟

本實驗主要針對振動試驗機之垂直輔助平台進行實驗模態分析及操作模態分析，首先對平台進行量測點規劃，如圖三所示規劃85點，將進行EMA及OMA實驗說明如下：

### 4.1 EMA實驗量測



圖四為EMA實驗儀器架設示意圖，將振動平台鎖固於振動試驗機上，以衝擊錘為驅動器敲擊平台頂

Exponential視窗解析頻率，以加速度計量測平台頂面85點的頻率響應函數，其物理意義為加速度輸出與外力輸入之FRF，稱accelerance，單位為g/N。

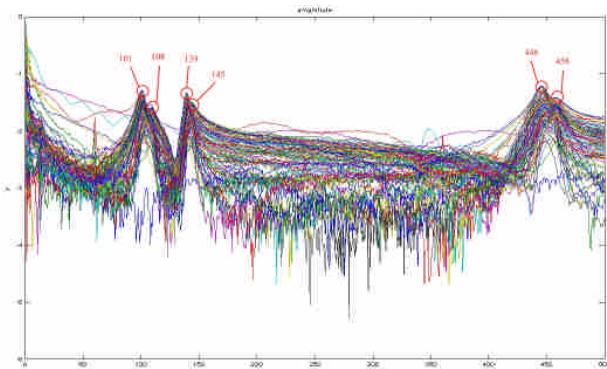
#### 4.2 OMA實驗量測

圖五為OMA實驗儀器架設示意圖，將振動平台鎖固於振動試驗機上，以振動試驗機之激振器產生white noise之隨機訊號作為輸入，以1個加速度計於第85點為參考輸入點  $a_{ref}(t)$ ，振動試驗機頻寬取20~500Hz，測試時間為2分鐘，輸入振動位準為  $0.0005g^2/Hz$ ，解析條數100條；頻譜分析儀則設定頻

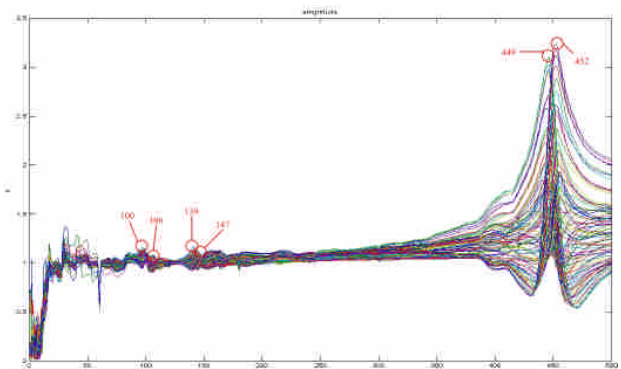
面的量測規劃點第85號點，頻譜分析儀則設定頻寬0~500Hz，解析條數2048條，量測平均3次，加以寬0~500Hz，解析條數2048條，量測平均50次，加以Hanning視窗解析頻率，以加速度計量測平台頂面各點的頻率響應函數，其物理意義為加速度輸出與加速度輸入之FRF，稱為加速度傳輸比 (acceleration transmissibility)，單位為g/g。

#### 5. 結果與討論

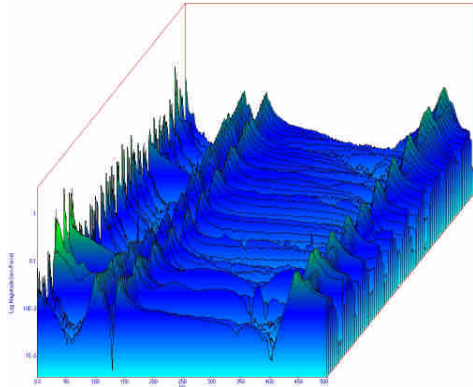
藉由對平台進行FEA、EMA及OMA之理論分析及實驗分析所得之頻率響應函數及模態參數，對3種分析進行比較。



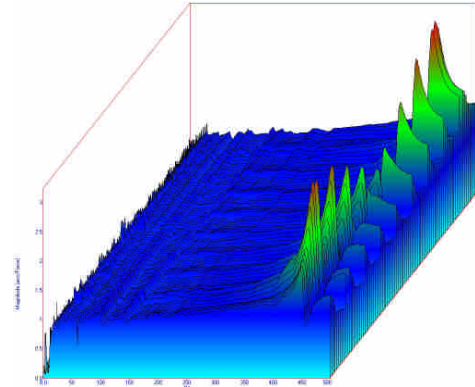
(a)EMA之FRF重疊圖



(b)OMA之FRF重疊圖

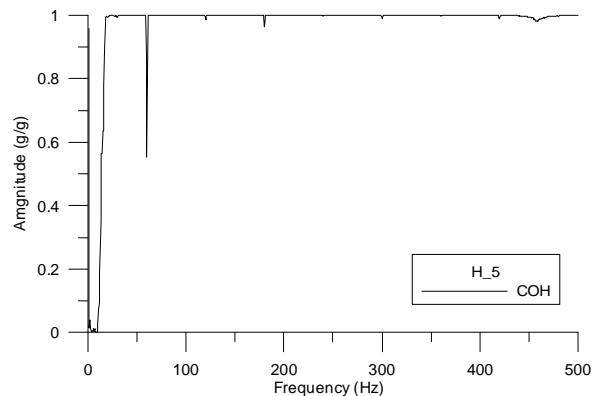
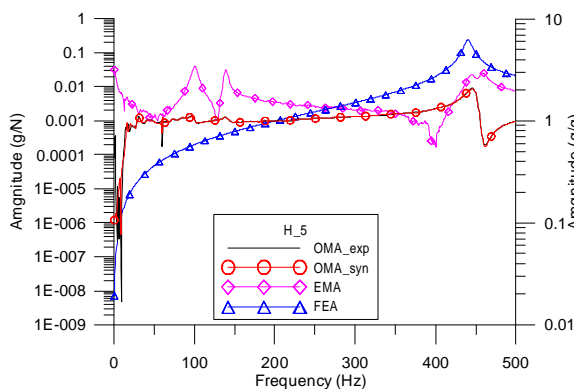


(c)EMA之FRF瀑布圖



(d)OMA之FRF瀑布圖

圖六EMA與OMA之FRF重疊圖及瀑布圖





(a) EMA、OMA及FEA之FRF

(b)OMA之關聯性函數

圖七  $H_5$  之頻率響應函數及關聯性函數

### 5.1 頻率響應函數及關聯性函數探討

以往的實驗皆是使用實驗模態分析，故已有較純熟的技术，所以將以EMA之結果為基準進行比較。圖六(a)(b)為EMA與OMA之FRF重疊圖，在EMA部份可發現有6個明顯的峰值(101 Hz、108 Hz、139 Hz、145 Hz、446 Hz及458 Hz)，在OMA部分也能得到此6個峰值，但只有在449 Hz及452 Hz有較明顯，其他部份可能為隨機激振原因未明顯的激出，但也能得到其模態；然而由圖六(c)(d)EMA與OMA之FRF瀑布圖，更確認EMA部分有6個模態，在OMA部分則是在449Hz皆只有顯示1個模態，所以在重疊圖時顯示2個模態偏移重疊出來的，並非有兩個模態。

圖七(a)為OMA、EMA及FEA第5點的FRF圖，左邊的Y軸座標用於EMA及FEA，單位為g/N，右邊的Y軸座標用於OMA，單位為g/g。由紅線及黑線分別為OMA之實驗結果及曲線嵌合結果，可看出相當吻合，表示曲線嵌合成功；由OMA及EMA比較可發現峰值部份皆有對應，但由於實驗方法，其FRF之意義不同，所以無法完全吻合，再與FEA相比較發現，只

在450Hz左右的峰值有對應，在100Hz及150Hz的部份卻沒有顯現出來，則表示有限元素模型並沒有完全等效於實際平台情況，未來仍應作適當之改善。圖七(b)為OMA之關聯性函數，除了反共振點處其餘地方皆為1，表示實驗品質良好，在20Hz之前由於振動試驗機使用範圍為20Hz~2000Hz的關係所以趨近於0，此乃合理現象。

### 5.2 模態參數比較

由於在EMA之FRF重疊圖顯現有6個模態，故此將針對此6個模態進行比對，表一為OMA、EMA及FEA之振型比對表，E-14及E-15對應O-12及O-13，E-16及E-17對應O-15及O-16，E-28及E-29對應O-25及O-26，其兩兩之自然頻率相近，模態振型呈現軸對稱，是為軸對稱模態，為此平台合理之振動模態特性。OMA及EMA實驗結果分別都可觀察到此6個模態振型之對應，然而在FEA之理論分析，由振型來看與實驗部分有相同的趨勢，其對應模態之自然頻率接近0Hz，理論分析模型尚無法得到此正確之模態，表示有限元素模型還須進一步改善。

表2為自然頻率誤差及MAC比較表，OMA及EMA的頻率誤差大約在±3%，與FEA的比較有對應到的模態誤差約在-4%~1.3%，只有對應到F-04即F-05的模態，其餘部份無法對應；其OMA及EMA所得模態振型比對之MAC分佈在0.3~0.84之間，發現皆

在軸對稱模態的第2個模態有較高的MAC值，整體而言，仍可看出各模態間合理之對應。表3為EMA及OMA實驗所量測得到的阻尼比比較表，整體而言OMA實驗所得之阻尼比皆比EMA高。

### 5.3 EMA與OMA之比較

進行結構之振動模態參數實驗，可分別由EMA或OMA方式，兩者之比較說明如下：

1. 進行EMA時，結構呈靜止狀態，而OMA呈動態，故OMA可具體顯現振動平台於實際進行振動試驗時之結構振動特性。
2. EMA之輸入源為衝擊錘，而OMA之輸入源為白噪音隨機振動之加速度，一為衝擊力，一為隨機加速度，故所取得之頻率響應函數(FRF)定義不同。
3. EMA之執行較為簡便快速，而OMA則視量測結構之激振特性而定，故本文振動平台可方便進行實驗。
4. 不論以EMA與OMA進行振動模態實驗量測，均可由所得FRF擷取得結構模態參數，主要差異可視之EMA為靜態，而OMA為動態之模態參數。

## 5. 結論

將FEA、EMA及OMA所得到的頻率響應函數及模態參數結果相互比較，有以下幾點結論：

- (1) 由實驗與理論之有限元素分析比較，得知理論分析未能得到與實驗相吻合之結果，表示有限元素模型還有待改善。
- (2) 以往的模態分析大部分是應用EMA來進行，進行過程較為快速且技術較為純熟，但為靜態的模態分析，故EMA實驗有其可靠性，但是與平台實際運作情形會有所差異。
- (3) 由OMA實驗可得到平台之頻率響應函數及模態參數，藉此了解平台動態的振動特性，且與振動試驗機的實際運作情形更加符合，故往後考慮以OMA來對平台進行模型驗證。
- (4) 經由EMA及OMA兩種實驗方法的比較，由於OMA與EMA之輸入源不同，所以兩者所量測得到FRF之物理意義並不相同，但都可以明確得到結構之模態參數，均可以合理得知平台之振動模態特性，也確認了以OMA進行模型驗證之可行性

## 6. 誌謝

本文承蒙國科會計畫與金頓科技股份有限公司經費補助，特此申謝，國科會產學合作研究計畫編號：NSC-97-2622-E-020-003-CC3。



表一-OMA、EMA及FEA振型比對表

EMA		OMA		FEA	
模態數/ 自然頻率	模態振型	模態數/ 自然頻率	模態振型	模態數/ 自然頻率	模態振型
E-14 100.54Hz		O-12 99.792Hz		F-01 0Hz	
E-15 108.45Hz		O-13 106.13Hz		F-02 0.0004 Hz	
E-16 139.07Hz		O-15 138.41Hz		F-03 0.002 Hz	
E-17 143.36Hz		O-16 147.51Hz		-	-
E-29 457.89Hz		O-25 449.04Hz		F-04 439.62Hz	
E-28 446.18Hz		O-26 452.37Hz		F-05 440.35Hz	

表二自然頻率誤差及MAC比較表

EMA		OMA		FEA		MAC 值			自然頻率誤差(%)		
mode	frequency (Hz)	mode	frequency (Hz)	mode	frequency (Hz)	EMA 對 OMA	EMA 對 FEA	OMA 對 FEA	EMA 對 OMA	EMA 對 FEA	OMA 對 FEA
E-14	100.54	O-12	99.79	F-01	0	0.508	-	-	-0.744	-	-
E-15	108.45	O-13	106.1	F-02	0.0004	0.843	-	-	-2.139	-	-
E-16	139.25	O-15	138.4	F-03	0.002	0.302	-	-	-0.603	-	-
E-17	143.36	O-16	147.5	-	-	0.831	-	-	2.895	-	-
E-29	457.89	O-25	449	F-04	439.62	0.537	0.819	0.578	-1.933	-3.990	-2.098
E-28	446.18	O-26	452.4	F-05	440.35	0.778	0.904	0.829	1.387	-1.307	-2.657

表三阻尼比誤差表

EMA				OMA				error(%)
mode	frequency (Hz)	原始 阻尼比(%)	累計平均 阻尼比(%)	mode	frequency (Hz)	原始 阻尼比(%)	累計平均 阻尼比(%)	
E-14	100.54	3.4445	3.398	O-12	99.792	2.274	2.274	-33.970
E-15	108.45	1.4368	2.398	O-13	106.13	4.012	3.143	179.232
E-16	139.25	1.5149	2.092	O-15	138.41	2.580	2.955	70.275
E-17	143.36	2.0271	2.067	O-16	147.51	3.305	3.043	63.031
E-29	457.89	0.98278	1.879	O-25	449.04	1.9633	2.827	99.770
E-28	446.18	1.1576	1.726	O-26	452.37	1.6334	2.628	41.102



## 7. 參考文獻

1. 謝華棣, 1994, 「振動量測技術及其應用」, 機械月刊, 第20卷, 第12期, 第229-236頁。
2. 王栢村, 林政淙, 李昆達, 2004, 「激振器音圈結構之實驗模態分析與模型驗證」, 機械工程學會第二十屆全國學術研討會, 台北, 第529-536頁。
3. Wang, G., Li, L., 2001, "Finite Element Analysis and Experimental Research on the Reduction of Vibration and Structural Noise in Ship", The 8th International Congress on Sound and Vibration, Hong Kong, China, pp. 1373-1380.
4. Turek, M., and Ventura, C. E., 2005, "Vibration Testing of the Deltaport Way Bridge," Proceedings of the IMAC-XXIII Conference, Orlando, Florida, pp. 205-311.
5. 王栢村, 王重杰, 1997, 「應用壓電驅動器於懸臂樑之實驗模態分析」, 技術學刊, 第12卷, 第3期, 第419-425頁。
6. 陳永樹, 張楯成, 王慶順, 2002, 「風扇外殼結構動態分析與設計」, 第二十六屆全國力學會議, 虎尾, 論文編號: D030。
7. Wang, B., T., Zhuang, F., R., and Lee, D., 2007, "Development of Design Process for Auxiliary Table of Vibration Testing Machine," The 15th Conference on Sound and Vibration, Taipei, No. A-11.
8. 王栢村, 陳志成, 李昆達, 2005, 「振動試驗機垂直輔助平台之性能評估」, 機械工程學會第二十二屆全國學術研討會, 中壢, 論文編號: C3-026。
9. 王栢村, 莊豐榮, 李昆達, 2006, 「肋補強垂直輔助平台平坦度性能指標之分析與驗證」, 機械工程學會第二十三屆全國學術研討會, 台南, 論文編號: C3-028。
10. Richard, S., and Champoux, Y., 2005, "Evaluation of Road Bike Comfort Using Classical and Operational Modal Analyses," Proceedings of the IMAC-XXIII, Orlando, Florida, pp. 205-213.

## Application of EMA and OMA to Vibration Table Model Verification

Bor-Tsuen Wang<sup>1</sup>, Yu-Xian Huang<sup>2</sup>, David Lee<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Professor

<sup>2</sup>Graduate student

<sup>1,2</sup>Department of Mechanical Engineering National Pingtung University of Science and Technology

<sup>3</sup>Director, King Design Company

NSC Project No.: NSC-97-2622-E-020-003-CC3

## Abstract

This work applies Experimental Modal Analysis and Operational Modal Analysis, respectively, to experimentally discuss the vibration characteristics of a vertical auxiliary vibration table used in vibration testing machine. The Finite Element Analysis (FEA) is also adopted to perform model verification by comparing the experimental results. First, the FE model of the vibration table is constructed, and the vibration table is mounted on the testing machine in static, to perform the conventional EMA by applying the impact hammer as the actuator and the accelerometer as the sensor. The structural modal parameters can then be determined. The OMA is also performed when the vibration testing machine is in operational condition subjected to the white noise excitation. The base excitation input acceleration and the table surface acceleration response can be, respectively, measured to calculate the frequency response functions that are used to extract the modal parameters. Both EMA and OMA can, respectively, obtain the structural modal parameters, including natural frequencies, mode shapes and damping ratios, of the vibration table. The modal characteristics from the two approaches are compared and revealed a certain degree of similarity. The OMA approach can more realistically determine the vibration table in situ, while the EMA can provide a quick experimental method. Both experimental results can be used to compare the analytical ones and validate the theoretical model of the vibration table. This work shows the feasibility of OMA method that can be adopted for other structural modal testing as well.

**Keywords:** experimental modal analysis (EMA), operational modal analysis (OMA), vibration table, modal parameters.