

應用渦電流位移計於結構之實驗模態分析

文 / 王栢村、呂世鑫、林冠元

本文主要為以衝擊錘為驅動器，搭配非接觸式渦電流位移計為感測器，對懸臂樑進行實驗模態分析。文中首先介紹渦電流位移計之工作原理及校正，再以有限元素分析進行理論分析，且經由實驗而得到懸臂樑之模態參數(自然頻率、模態振形、阻尼比)，並與理論及衝擊錘搭配加速度計之傳統模態測試結果作比較，以對結構進行模型驗證，最後成功地以渦電流位移計取代加速度計為感測器，未來可以應用在其他結構的實驗模態分析及振動量測。

前言

工程上常對結構進行實驗模態分析，目的是為了瞭解結構的特性。而實驗模態分析則是利用頻譜分析儀經由快速傅利葉轉換量測得到頻率響應函數，再經由曲線嵌合求得結構之模態參數，如自然頻率、阻尼比以及模態振形。而傳統上實驗模態分析係以衝擊錘或激振器為驅動器來激振結構，並將加速度計黏貼於結構上作為感測器；然而以加速度計為感測器，於使用上有些限制與要求，如其質量可能會影響到結構的物理性質等缺點。故有以非接觸式感測器如雷

射位移計^[1]或渦電流位移計等取代加速度計進行實驗模態分析。McConeil和Rogers^[2]即對實驗模態分析中量測轉換器作探討。

另外亦有以壓電材料作為驅動器及感測器；Wang^[3]推導了不同形式的驅動器及感測器之結構模態分析，給予不同轉換器於實驗模態分析之理論基礎；Sun et al.^[4]將PZT黏著於Free-Free樑上做為驅動器或感測器來進行實驗模態分析，再由PZT所量測到的Electric Admittance而得到結構的頻率響應函數，並透過Electric Admittance Match/半能量頻寬方法，以及Nyquist平面曲

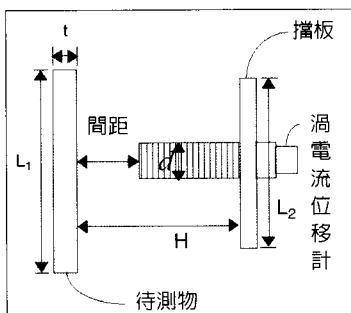
線嵌合等兩種擷取模態參數的演算法而得到模態參數。Hanagud和Luo^[5]係置鐵氟龍薄膜於懸臂樑中，以衝擊錘為驅動器搭配加速度計為感測器之轉換器組合，進行實驗模態分析，並與懸臂樑作比較；最後藉由在自然頻率方面會有所改變，且存在有Delaminated mode來確認薄膜在結構中的位置及大小。Wang和Wang^[6]以壓電片搭配壓電薄膜轉換器組合取代衝擊錘搭配加速度計應用於懸臂樑之實驗模態分析；Wang和Chen^[7]以壓電片搭配壓電薄膜轉換器組合取代衝擊錘搭配加速度計應用於板之實驗模態分析；王和王

[8]以壓電驅動器搭配加速度計為感測器，對懸臂樑進行實驗模態分析，並經由實驗得到模態參數，成功地以壓電驅動器取代傳統的衝擊錘及激振器。吳[9]以衝擊錘為驅動器搭配加速度計、壓電薄膜為感測器兩種轉換器組合，對簡支樑進行實驗模態分析，並得到結構的模態參數。林[10]以激振器、衝擊錘為驅動器搭配加速度計為感測器等三種轉換器組合，對懸臂樑進行實驗模態分析，得到結構的模態參數，成功地對懸臂樑進行模型驗證。

本文主要以非接觸式之渦電流位移計為感測器搭配衝擊錘為驅動器，對懸臂樑進行實驗模態分析，並得到自然頻率、阻尼比以及模態振形等模態參數。首先介紹渦電流位移計的工作原理及其校正；再以有限元素分析

表1、渦電流位移計重要參數

位移計	輸入電壓	量測有效範圍	靈敏度	直徑d	間距	待測物長度L1	擋板長度L2	固定高度H
KD2300-2S	15V	2.5mm	1V/mm	9.6mm	0.25mm	1.5~2d	1.5~2d	1.5~2d



▲圖1 渦電流位移計示意圖

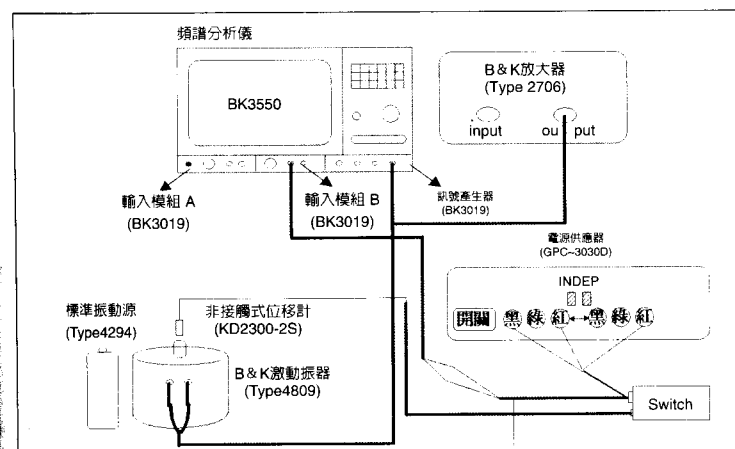
軟體ANSYS進行理論分析，並與感測器為加速度計[10]之結果做比較，並確認以非接觸式位移計取代加速度計的可行性。

渦電流位移計工作原理及校正

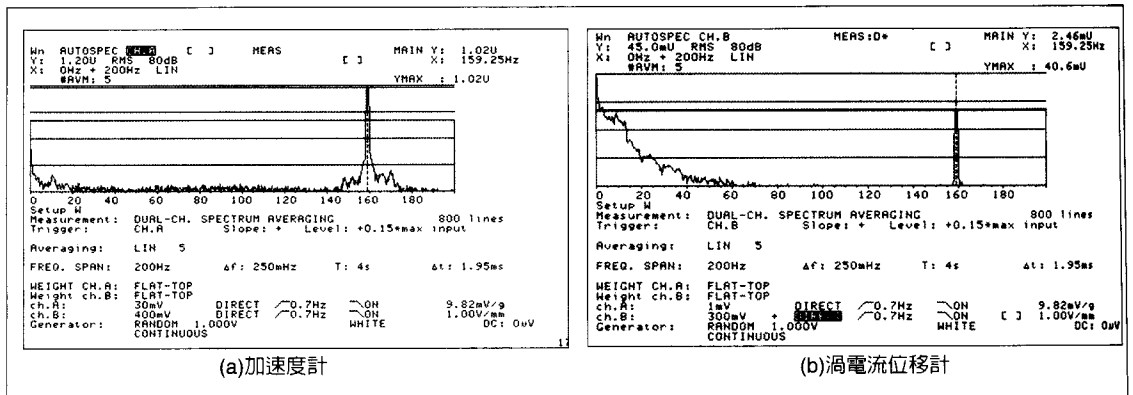
渦電流感測器主要量測感測器與待測物的電力傳輸表面間之位移量。其感測原

理為當來自於感測器的磁力線誘發待測物的傳輸表面產生渦電流，而使得逐漸變成傳導材料；而位移與輸出電壓會呈現良好的線性關係；當位移量減少時，渦電流則會增加。而本文所使用的渦電流位移計(KD2300-25)重要參數如表1，渦電流位移計示意圖如圖1所示。其有效量測範圍2.5mm，位移計之最小間距(Offset)為0.25mm，位移計直徑 $d=9.6\text{mm}$ ，在使用上應注意待測物長度 $L1$ ，固定高度 H 及擋版長度 $L2$ 均應大於1.5~2倍直徑，待測物之厚度 t ，如本文採用鋼材， t 至少需 0.812mm [11]。

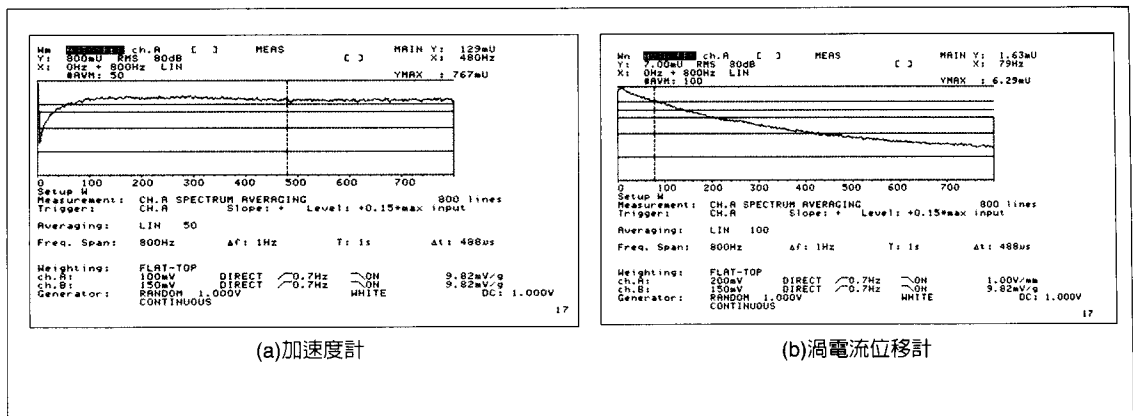
本節係以標準振動源激振器(Calibration Exciter)以及激振器(Shaker)，對已校正之加速度計以及渦電流位移計進行比較式校正，校正儀器示意圖如圖2，將渦電流位移計依序放置於標準振動源和激振器上方適當距離處，藉由頻譜分析儀來得知所需要之校正值，再進行校正；校正的目的則是避免實驗儀器使用過久而失真或是使用方法錯誤所造成的量測結果誤差過大。



▲圖2 校正示意圖



▲ 圖3 標準振動源激振器校正結果



▲ 圖4 激振器校正結果

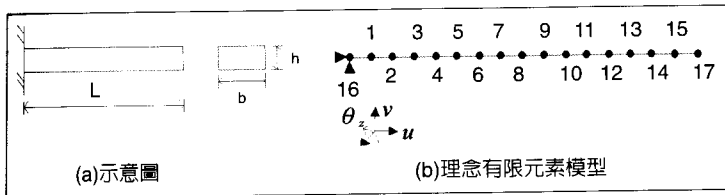
圖3(a)及3(b)分別為加速度計及渦電流位移計以標準振動源激振器之校正結果，因標準振動源激振器激振頻率為1000rad/sec，相當於159.25Hz，其加速度計振幅 $10\text{m/s}^2=1.02\text{g}$ ，由圖3(a)可知已校正之加速度計呈現正常之反應，而圖3(b)可知位移計在40Hz以下有較高之雜訊。為進一步確認位移計工作頻率範圍，以激振器(BK 4809)施以白噪音(White Noise)隨機訊號激振，分別

以加速度計及渦電流位移計置於其上，觀察其頻譜響應分別如圖4(a)及4(b)。由圖4(a)，以加速度量測時，100Hz以下振幅偏低，此乃激振器之工作頻率為100Hz以上。而圖4(b)為位移計，可看出400~800Hz間呈水平，而400Hz以下有偏高趨勢，此原因可解釋如前述，待測物長度不足之影響，惟線性度不夠好，不過確認在800Hz範圍位移計可測得位移響應。

懸臂樑之模態分析

有限元素分析

本文係使用有限元素分析軟體ANSYS[12]，對懸臂樑如圖5(a)，其基本物理性質如表2，進行模態分析，因為樑的長度遠大於厚度 $L/h > 10$ ，吻合薄樑理論假設，故採用二維樑元素(Beam 3)架構理念有限元素模型來模擬懸臂樑結構，並須給定材料性質如楊氏係



▲圖5 懸臂樑模型

表2 懸臂樑材料性質

材料	懸臂樑(鋼)
長度(L)	0.3m
寬度(b)	0.04m
厚度(h)	0.0016m
密度(ρ)	7870 kg/m ³
楊氏係數(E)	199109N/m ²

數，幾何物理性質如截面積、截面積慣性力矩以及截面高度；將懸臂樑長度分割為十五等分，共有十五個元素，理念有限元素模型如圖5(b)所示。在固定端的位移限制為 u, v, θ_z 之自由度為零。然後再進行模態分析可得到自然頻率和模態振形，及進行簡諧分析可得到頻率響應函數。

實驗模態分析

渦電流位移計為感測器

將懸臂樑畫分為十五等份，如圖6所示，以渦電流位移計作為感測器(Sensor)搭配衝擊錘(Hammer)為驅動器之轉換器組合，對懸臂樑進行實驗模態分析，實驗配置圖如圖6所示。外力型式為衝擊力(Impact)，量測方式為移

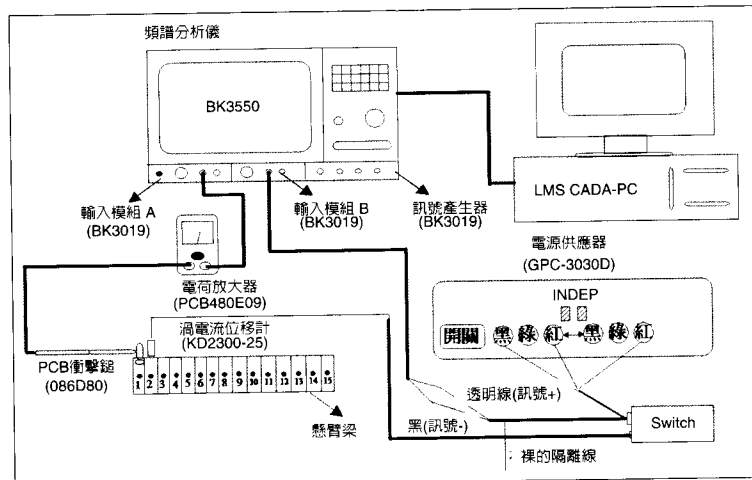
動衝擊錘，並敲擊懸臂樑表面，固定渦電流位移計於懸臂樑的第二點；在此所選擇的頻寬為800Hz，解析條數為800條，對於衝擊錘所選擇之加權函數為暫態加權函數(Transient Window)，而渦電流位移計所選擇之加權函數為指數加權函數(Exponential window)，且渦電流位移計離懸臂樑應取適當距離。

對懸臂樑進行實驗模態分析，以衝擊錘為驅動器，渦電流為感測器，經由頻譜分析儀(BK3550)量測結構之頻率響應函數(Frequency Response Function)，再由LMS CADA-PC^[13]作曲線嵌合(Curve-Fitting)，而得到結

構之模態參數，包括自然頻率(Natural Frequency)、阻尼比(Damping Ratio)及模態振形(Mode Shape)。Wang^[3]已提供理論證明，諸如渦電流位移計之點型式(Point Type)感測器，不論移動或固定驅動器均可正確地得到位移振形。並將實驗所得模態振形與有限元素分析所得模態振形做比對，而得到模態保證指標(Modal Assurance Criterion, MAC)與模態比例因子(Modal Scale Factor, MSF)^[14]，最後得到模型確認。

加速度計為感測器

以加速度計作為感測器搭配衝擊錘為驅動器之轉換器組合，對懸臂樑進行實驗模態分析。而外力型式為衝擊力(Impact)，量測方式為移動加速度計，固定衝擊錘



▲圖6 實驗配置圖

於懸臂樑的第15點；在此所選擇的頻寬為800Hz，解析條數為800條，對於衝擊錘所選擇之加權函數為暫態加權函數(Transient Window)，而加速度計所選擇之加權函數為指數加權函數(Exponential Window)；經由頻譜分析儀(BK3550)量測結構之頻率響應函數(Frequency Response Function)，再由CADA-PC作曲線嵌合(Curve-Fitting)，而得到結構之模態參數，包括自然頻率(Natural Frequency)、阻尼比(Damping Ratio)及模態振形(Mode Shape)。

實驗結果與討論

渦電流位移計為感測器

頻率響應函數

實驗係以衝擊錘為驅動器，渦電流位移計為感測器；由於量測點為十五點故可以得到十五組頻率響應函數。且由同點頻率響應函數(Point FRF)($i=2, j=2$)如圖7(a)；圖中3條曲線分別為理論、實驗與實驗合成(Synthesized FRF)之頻率響應函數曲線，並可由圖中可看出三個現象，首先為圖中實驗與實驗合成曲線相吻合，並可以明顯得到四個共

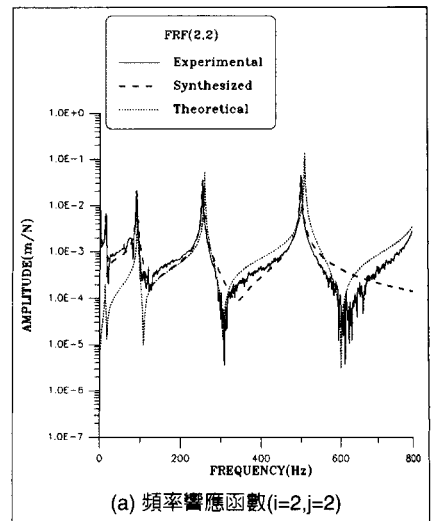
振尖峰點，分別為14Hz、90Hz、253Hz、497Hz，由此可以表示曲線嵌合的正確性；其次為由圖中可發現在低頻處，實驗曲線高於理論曲線，可能的原因為邊界效應的影響；最後實驗與理論曲線中，每兩個共振點間有一個反共振點；而對應的關聯性函數($i=2, j=2$)如圖8(a)，共振點處關聯性值相當接近於1，反共振點處則趨近於零，然而在反共振點附近實驗曲線呈現不均勻顫動的現象，其可能原因為感測器的動態範圍(Dynamic Range)不足，而由圖8之關聯性函數圖也可看出其對應之關聯性函數值較低，不過在自然頻率以及整體趨勢仍有一致性，因此量測品質還不錯。而轉移頻率響應函數

(Transfer FRF)($i=2, j=15$)如圖7(b)及其對應之關聯性函數如圖8(b)。

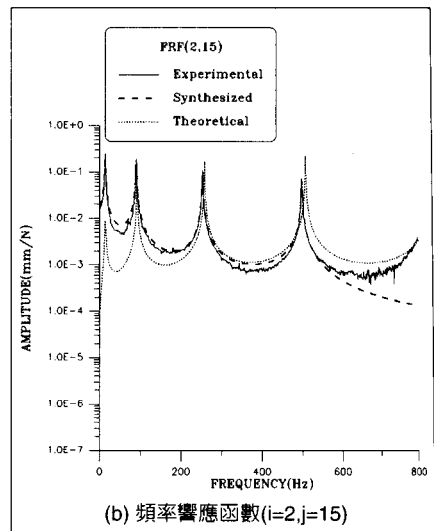
模態參數

(a)自然頻率

對前述所量測之15組頻率響應函數，經由曲線嵌合所得到的自然頻率如表3所示。由表3中可發現理論與感測器



(a) 頻率響應函數($i=2, j=2$)



(b) 頻率響應函數($i=2, j=15$)

▲ 圖7 衝擊錘搭配位移計之頻率響應函數圖

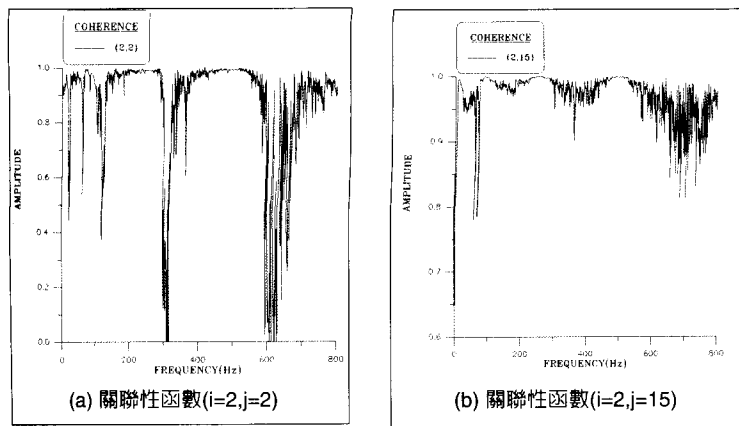
為渦電流位移計比較所得到的自然頻率之誤差，會隨著模態數增加而減小，且除第四個模態自然頻率外，其餘的皆比理論值小，而所量測得到的自然頻率誤差皆在2.91%以下，由此可得知實驗與理論相當吻合。

(b)阻尼比

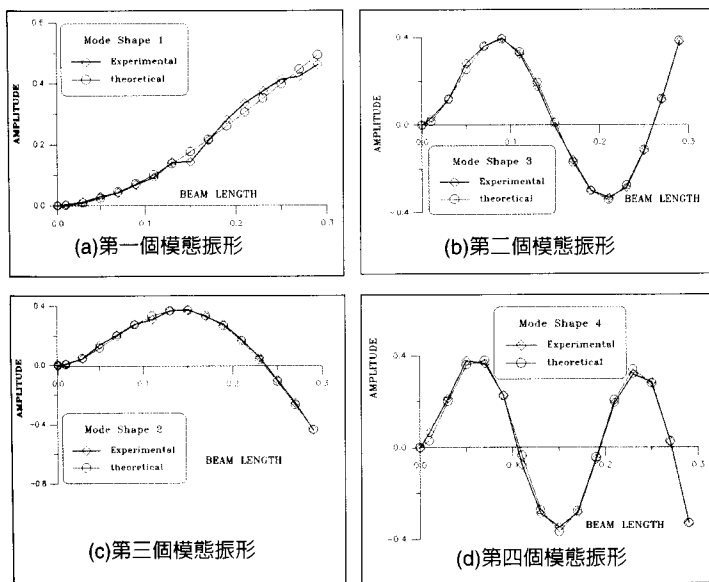
鋼材的阻尼比一般為

表3、實驗分析所得前四個模態之自然頻率(Hz)

模態數	理論	位移計	誤差百分比% (位移計與理論)	加速度計	誤差百分比% (加速度計與理論)
1	14.44	14.02	2.91	14.01	2.98
2	90.49	90.14	0.39	90.39	0.11
3	253.39	253.00	0.15	253.68	-0.11
4	496.57	497.24	-0.13	497.07	-0.10



▲ 圖8 衝擊鏈搭配位移計之關聯性函數圖



▲ 圖9 衝擊鏈搭配渦電流位移計之模態振形

0.1%左右，常因不同的材質其阻尼比會略有不同。在實驗中，量測位移響應時，由於加上指數加權函數

(Exponential Window)而造成量測上阻尼比增大效應，因此需要修正阻尼比而得知實際的阻尼比^[15]。表4中顯

示了衝擊鏈搭配渦電流位移計轉換器組合所得之前四個模態之阻尼比，並可發現在第一個模態阻尼比相當大，也可得知隨著模態數的增加，阻尼比也會隨之減小；在第三個模態阻尼比相當接近0.1%，由此也可得知衝擊鏈搭配渦電流位移計轉換器組合可以有效地預測到懸臂樑之阻尼比。

(c) 模態振形

實驗係以衝擊鏈為驅動器，渦電流位移計為感測器，經由曲線嵌合可得到模態振形。圖9為懸臂樑理論與實驗所得之前四個模態振形，轉換器組合為衝擊鏈搭配渦電流位移計。由圖中可得知前四個模態理論與實驗相當地吻合。此外，除了由圖直接觀察振形外，亦可由模態振形的比對：模態保證指標(MAC)與模態比例因子(MSF)。而實驗振型與理論振型之矩陣如表5所示，由表5中可得知模態保證指標對角線元素之值皆大於0.99以上，非對角線元素值皆小於0.0026，由此可得知模態矩陣的正交性且實驗與理論分析之振形相吻合。另外由模態比例因子(MSF)如表6中得知，實部與虛部的比例相當接近，其可能的原因為complex mode的影響。

表4、實驗分析所得前四個模態之阻尼比

模態數	位移計阻尼比(%)	加速度計阻尼比(%)
1	1.29	3.21
2	0.29	0.47
3	0.09	0.12
4	0.07	0.12

渦電流位移計與加速度計之比較

頻率響應函數

以衝擊錘為驅動器，加速度計為感測器，可得到同點頻率響應函數(Point FRF)($i=15, j=15$)如圖10(b)，亦可以明顯得到四個共振尖峰點，分別為14Hz、90Hz、253Hz、497Hz。且實驗與理論曲線中，每兩個共振點間有一個反共振點；而對應的關聯性函數($i=15, j=15$)如圖11(b)，共振點處關聯性值相當接近於1，反共振點處則趨近於零；而轉移頻率響應函數(Transfer FRF)($i=4, j=15$)如圖10(a)及其對應之的關聯性函數如圖11(a)。因此以渦電流位移計為感測器可與加速度計一樣達到相同的量測效果。

模態參數

(a)自然頻率

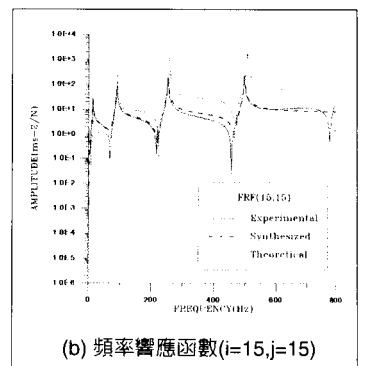
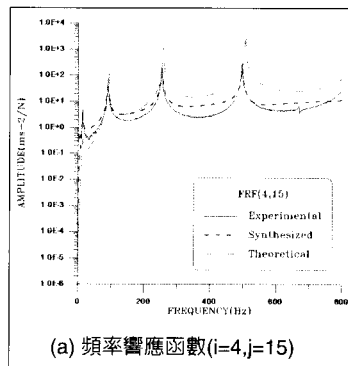
表3中呈現了實驗係以衝擊錘為驅動器，搭配加速度

表5 以位移計所得實驗振型與理論振型之模態保證指標(MAC)

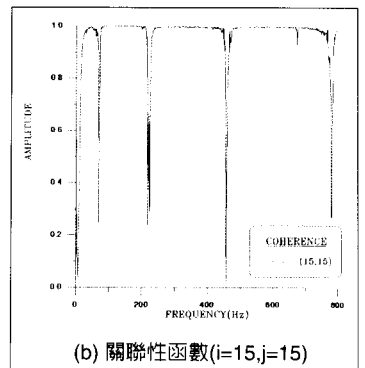
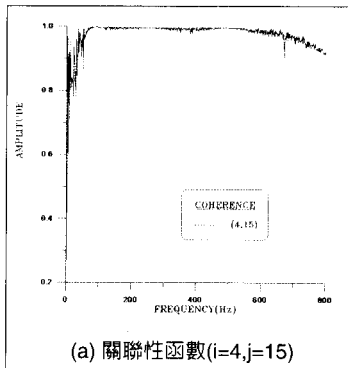
理論 \ 實驗	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Mode 1	0.99234	0.00043012	0.0026613	0.0023346
Mode 2	.00052909	0.99577	0.00043104	0.00016015
Mode 3	0.00032977	0.00011603	0.99690	0.001323
Mode 4	0.00025452	0.000999	0.0001979	0.99378

表6 以位移計所得實驗振型與理論振型之模態比例因子(MSF)

理論 \ 實驗	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Mode 1	-0.863-i0.497	0.016+i0.012	0.041+i0.030	0.044+i0.018
Mode 2	-0.021-i0.007	0.968+i0.238	0.0009-i0.020	0.012+i0.002
Mode 3	0.016+i0.008	0.005+i0.009	0.984-i0.167	0.032+i0.015
Mode 4	0.004+i0.015	-0.031+i0.001	-0.013+i0.002	0.964+i0.253



▲ 圖10 衝擊錘搭配加速度計之頻率響應函數



▲ 圖11 衝擊錘搭配加速度計之關聯性函數圖

計、渦電流位移計為感測器兩種轉換器組合，經由曲線嵌合所得到的自然頻率。由表3中可發現兩種轉換器組合

除第四個模態自然頻率外，其餘的皆比理論值小；另外理論與感測器為渦電流位移計比較所得到的自然頻率之

誤差，會比理論與加速度計比較所得的誤差稍微減小，然而因為加速度計的質量過小，所以質量效應的影響並不明顯。由以上比較得知，以衝擊鏈搭配位移計之轉換器組合，可以成功地取代加速度計來預測懸臂樑之自然頻率，若加速度計質量過大，則可消除加速度計質量效應之影響。

(b) 阻尼比

表4中顯示了衝擊鏈搭配加速度計、衝擊鏈搭配位移計兩種轉換器組合所得之前四個模態之阻尼比，由表中可發現兩種轉換器組合在第一個模態阻尼比相當大，也可得知隨著模態數的增加，阻尼比也會隨之減小；在第三個模態兩種轉換器組合阻尼比相當接近0.1%，由此也可得知兩種轉換器組合可以有效地預測到懸臂樑之阻尼比。

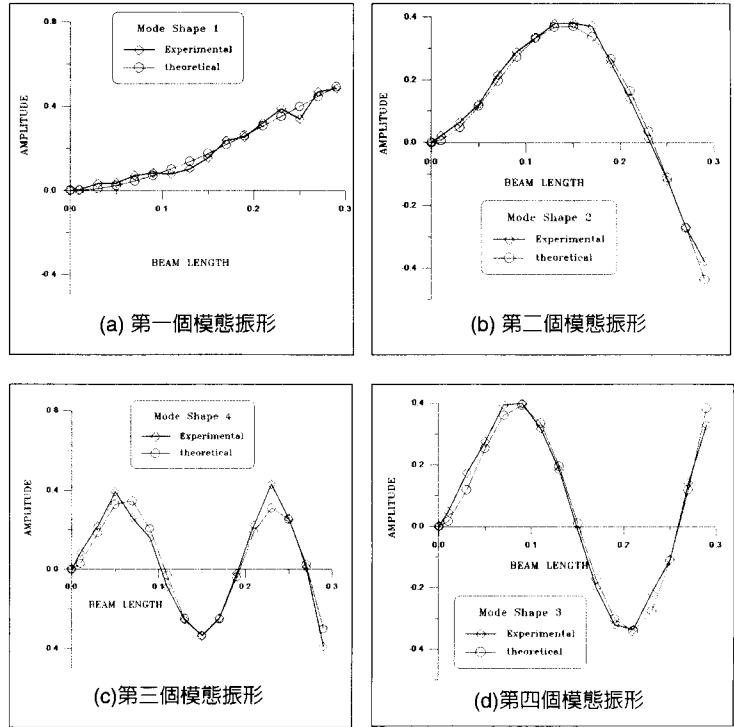
(c) 模態振形

實驗若以衝擊鏈為驅動器，加速度計為感測器，經由曲線嵌合所得到的懸臂樑前四個模態振形模態振形如圖12所示。將兩種轉換器組合所得到的懸臂樑前四個模態振形模態振形相比較，可發現兩種模態振形都相當地吻合，其中在第四個模態振形，以衝擊鏈搭配渦電流位

移計會比加速度計更吻合，此乃因非接觸式之位移計減少了感測器質量效應對結構物之影響。

結論

本文以衝擊鏈為驅動器搭配渦電流位移計為感測器之轉換器組合對懸臂樑作實驗模態分析，且由移動衝擊鏈，固定渦電流位移計經由快速傅利葉轉換量測得到頻率響應函數，再經由曲線嵌合得到前四個模態的自然頻率、阻尼比以及模態振形，且與理論分析比較自然頻率誤差皆在1.94%以下，模態振形也都相當地吻合。另外與轉換器組合為加速度計搭配衝擊鏈的實驗結果相比較，在自然頻率方面，渦電流位移計比加速度計搭配衝擊鏈轉換器組合誤差大致相同，則是因為加速度計質量很小，不至於會影響到結構的特性，所以質量效應並不明顯；若改以質量較大之加速度計與渦



▲ 圖12、衝擊鏈搭配加速度計之模態振形

電流位移計搭配衝擊鏈兩種轉換組合，對懸臂樑進行實驗模態分析並做比較，則可發現渦電流位移計可減少感測器質量效應之影響，於求取模態參數上更有良好的精確性。而渦電流位移計於使用上也有架設方便、量測精度高及售價便宜等優點，但使用上卻有待測物表面必須是平面的限制；未來可以應用在其他結構的實驗模態分析及振動量測應用。✿