

## 陸地車輛動態行駛品質分析

王栢村

國立屏東科技大學機械工程系教授兼系主任

### 摘要

本文旨在探討陸地車輛行駛品質分析之模擬技術與所需相關背景之整理與介紹。除了說明各種動態分析之目的與類型，並針對車輛行駛品質分析之方法步驟及評估方式作介紹，分析過程中所必需之振動問題解析技術，以及車輛行駛品質之特性均分別探討，最後以一全聯車之行駛品質分析實例，闡述評估步驟。本文有利於從事車輛行駛品質分析之參考依據，相關之動態分析問題亦值得未來再深入探討。

關鍵詞：行駛品質、陸地車輛、動態分析、振動、路面模型、行駛舒適度、1/3 八音頻帶

### 1. 前言

交通工具(Vehicle)可概分成三大類型：(1)陸地交通工具(Ground Vehicle)主要在地面行駛，(2)空中交通工具(Air Craft)如飛機，直昇機等在空中飛行，(3)水上或水中交通工具如輪船、潛水艇等。在陸地交通工具中，又可分成兩大類：(1)軌道式(Guided)：如火車在固定之導軌路徑行駛。(2)非軌道式(Non-Guided)：又可分兩種類型(a)道路車輛(On-Road Vehicle)，如機車、汽車、巴士等，以及(b)田間車輛(Off-Road Vehicle)：如戰車、曳引機(Tractor)等 [1]。

針對陸地車輛之動態特性分析，主要有三大方向：(1)車輛性能(Performance)分析：探討加速性、減速性、拖車性能、克服障礙物能力等。(2)車輛操控品質(Handling Quality)：探討車輛對駕駛之反應品質，以及車輛行進之穩定性如換道、轉彎等。(3)車輛行駛品質(Ride Quality)：探討車輛之振動反應，以及對乘客或貨物之影響等 [2]。

陸地車輛動態分析之可能目的在 [3]：

1. 了解車輛之物理特性(Physical Characteristics)或數學模型之行為
2. 發展零組件之設計考慮
3. 探討車輛設計之整體評估
4. 規劃設計車輛之動態測試

5. 進行車輛事故分析

6. 評估車輛行駛之安全性

本文將針對陸地交通工具—非軌道式—道路車輛之行駛品質分析做探討，首先介紹振動問題之解析流程，包括解析流程，振動問題定義及訂定分析目標，以及數學模型化之步驟，並以常見之離散系統數學模型，針對單自由產及多自由度系統之理論分析做綜合說明，再介紹車輛行駛品質特性分析之內涵，包括行駛舒適度規範之選用，車輛行駛數學模型之架構，行駛品質參數之定義與特性分析，以及道路路面模型之定義，最後介紹車輛行駛品質評估之步驟，並以一全聯車行駛品質之實例分析做介紹，俾使有意從事相關研究人士之參考，以助於國內車輛動態分析之研究發展。

## 2. 振動問題解析

本節將首先介紹典型之振動問題解析流程，再對解析流程中相當重要之數學模式化主要步驟作說明。

### 2.1 振動問題之解析流程

典型之振動問題解析流程如下步驟 [4]：

1. 工程問題描述
2. 定義問題及擬定分析目標
3. 建構數學模型
4. 分析
5. 結果評估與討論
6. 報告

舉一範例說明如何應用上述流程之步驟如下：

1. 工程問題描述：假設有一質塊( $m$ )以一彈簧( $k$ )連接於地如圖 1(a)，在質塊受外力  $f(t)$  作用，欲瞭解質塊隨時間變化之位移反應情形。
2. 定義問題及擬定分析目標：
  - (1) 明確之問題定義必須瞭解結構之形狀、尺寸、材料及其阻尼形式，結構之邊界條件、初始條件、受負荷之外力形式等。
  - (2) 典型之振動問題分析目標有四種：
    - a. 模態分析：旨在求得系統之模態參數：包括自然頻率( $\omega_n$ )、模態阻尼( $\xi_n$ )、模態振型( $\{\phi_n\}$ )，也就是透過分析了解系統之特性，如圖 2(a)。
    - b. 簡諧響應分析：也在了解系統之特性，但是乃在求得系統之輸出與輸入間

之頻率響應函數  $H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)}$ ，通常應用在簡諧外力作用之系統響應分

析，如圖 2(b)。

- c. 暫態響應分析：在已知系統特性以及輸入條件下，求解系統之輸出在時間域之響應，如圖 2(c)。
- d. 頻譜響應分析：在進行如圖 2(d)之能量頻譜密度函數分析，通常適用在隨機外力激振狀況。也是在已知系統特性以及輸入條件下，但在求系統之輸出在頻率域之響應。

3. 建構數學模型：需考慮幾項因素：

(1) 所擬採用之系統數學模型之特性：

- a. 離散系統(Discrete System)：包括單自由度系統及多自由度系統。
- b. 連續系統(Continuous System)：如弦、線、柱、軸、樑、板、殼等。

(2) 所採用之阻尼模型：

- a. 無阻尼 (如圖 1(a))。
- b. 黏滯阻尼 (如圖 1(b))。
- c. 結構阻尼 (如圖 1(c))。

以建構離散系統為例，數學模型化步驟將在 2.2 節做說明。

4. 分析：

在此分析指理論分析，最常見之分析方法有理論分析及有限元素分析，分別說明如下：

(1) 理論分析：首先必須依定義之數學模型推導運動方程式，再進行求解之步驟。

- a. 推導運動方程式：如牛頓第二定律、拉格蘭日式(Lagrange's Equation)等。
- b. 求解：通常包括：常微分方程式解析、特徵值問題、拉氏轉換、數值積分等解析或半解析方法。

(2) 有限元素分析：主要步驟如下。

- a. 依所定義之數學模型，建立有限元素模型(Finite Element Model)。
- b. 應用軟體、求解有限元素模型之解析結果。

5. 結果評估與討論：在此步驟應評估下列事項。

- (1) 問題定義是否明確？
- (2) 分析目標是否合宜，且是否能解決所描述工程問題？
- (3) 數學模型化過程是否合理？
- (4) 分析過程是否正確？

(5) 所分析結果是否正確、合理？

6. 報告：書面及口頭報告

## 2.2 數學模型化步驟

進行一項振動問題之解析，數學模型化(Mathematical Modeling)之適宜性、合理性及正確性為模擬分析成功與否之關鍵，以下綜合說明數學模型化步驟：

1. 定義系統之質塊及連接元件：

典型之質塊元件如圖 3 所示，包括：質中質塊(Concentrated Mass)，剛性細長型質塊(Rigid Slender Bar)，剛性薄平板及剛性圓盤(Rigid Disc)所需要之基本物理性質包括質量大小，質量慣性矩(Mass Moment of Inertia)亦如圖示。

典型之連接元件，包括線性彈簧元件，及阻尼元件主要應用在質塊間之連結；典型之線性彈簧元件如圖 4(a)，其特性曲線如圖 4(b)， $k$  為彈簧常數，彈簧力  $F_s$  與彈簧變形位移量  $x$  成正比。典型之線性阻尼元件，如圖 5(a)，其特性曲線如圖 5(b)， $c$  為阻尼係數，阻尼力  $F_d$  與阻尼元件之變形速度  $\dot{x}$  成正比。

2. 定義自由度(Degree of Freedom, DOF)：

每一質塊元件應視實際情形，定義必要之自由度，以車輛動態分析慣用之自由度符號依行進方向如圖 6，一般有三個位移自由度及三個旋轉自由度，分別定義如下， $x$  為縱向位移(Longitudinal Displacement)； $y$  為側向位移(Lateral Displacement)； $z$  為垂直位移(Vertical Displacement)； $\phi$  為翻滾(Roll)角度； $\theta$  為前傾(Pitch)角度； $\psi$  為旋轉(Yaw)角度。

3. 定義系統輸入參數：

典型之車輛動態分析，所考慮之輸入參數概分如下三大類：

(1) 外力(External Force)：如輪胎力(Tire Force)其慣用符號示意如圖 7，分別定義如下， $f_x$  為牽引力(Traction Force)； $f_y$  為側向力(Lateral Force)； $f_z$  為垂直力(Normal Force)； $M_x$  為翻滾力矩(Overturning Moment)； $M_y$  為滾動力矩(Rolling Moment)； $M_z$  為矯正力矩(Aligning Moment)。

(2) 位移輸入：主要在模擬不規則路面之情況，典型之各種路面狀態如圖 8。

(3) 其他：例如氣動力學效應之風力，駕駛轉向，加速、減速操控之輸入。

4. 決定有興趣之輸出參數

根據前述典型振動問題之各項目分析目標，就車輛行駛品質而言，有興趣之分析結果，綜合如下：

- (1) 系統模態參數：包括自然頻率，模態振型(Mode Shape)。
- (2) 系統輸入與輸出間之頻率響應函數。
- (3) 系統時間域之響應：典型之有興趣輸出參數，包括位移，速度，加速度，彈簧力，阻尼力等。
- (4) 系統頻率域之響應：典型之有興趣輸出參數亦如前項說明。

### 3. 離散系統之分析

在前節以介紹振動問題解析流程，及數學模型化之步驟，本節將綜合說明振動分析之具體步驟流程，並分別對單自由度及多自由度系統做介紹，涵蓋前述四種分析目標之典型分析流程如圖9，分項分析步驟說明如下：

步驟1：數學模型化：對一實際結構系統作分析假設，以建構物理域之數學模型。

步驟2：推導以物理參數表示之運動方程式：一般可使用牛頓第二定律、能量法等推導之。單自由度系統之運動方程式為一常微分方程式，而多自由度系統之運動方程式為聯立常微分方程組。

步驟3：進行模態分析：忽略外力及阻尼效應，求解特徵值問題，可得系統之模態參數。

單自由度系統可求得系統之自然頻率及模態阻尼，若為多自由度系統，則可另外得到對應自然頻率之模態振型及其正交性關係。

步驟4：推導以模態參數表示之等效運動方程式：對多自由度系統可利用模態振型正交性關係，將聯立常微分方程組簡化為 $n$ 個獨立之常微分方程式。

步驟5：模態域之等效數學模型化：由前項得到之 $n$ 個獨立常微分方程式，可描繪出 $n$ 個單自由度系統之模態域等效數學模型。

步驟6：進行簡諧響應分析：由已知之模態參數及模態域數學模型及運動方程式，可以求得輸入與輸出參數間之頻率響應函數。

步驟7a：進行暫態響應分析：由已知之輸入條件時間域特性及系統之初始條件，可求得系統有興趣輸出參數之時間域響應。

步驟7b：進行頻譜響應分析：由已知之輸入條件頻率域特性及系統頻率響應函數，可求得系統有興趣輸出參數之頻率域響應。

單自由度及多自由度系統根據圖9之各分析階段，總整理分別如表1及表2。

## 4. 車輛行駛品質特性分析

### 4.1 行駛舒適度規範

行駛舒適度(Ride Comfort)通常以人體所能感受之振動量大小來評估，以 Janeway

舒適度規範 [1]，整理如表 3。在 1-6Hz 範圍約克(Jerk)不得超過  $12.6 \text{ m/s}^3$ ，6-20Hz，加速度不得超過  $0.33 \text{ m/s}^2$ ，20-60Hz，速度不得過  $2.7 \text{ mm/s}$ ，此規範系以垂直之單一簡諧頻率激振之測試為依據。

ISO2631[5]則提供了對人體忍受振動程度之一般性應用規範如圖 10，定義了人體振動在 1-80Hz 間之垂直及水平振動忍受程度，分成三種狀況：

1. 曝露量限制(Exposure Limit)：作為安全性或健康之考慮振動量是不得超過如圖 10 所示之兩倍振動量或以各曲線加上  $6 \text{ dB}$  為曝露量限制規範。
2. 疲勞或降低熟練性邊界(Fatigue or Decreased Proficiency Boundaries)：此範圍在保有工作之有效性，也因此應用於評估駕駛車輛之行駛品質，此限制範圍即如圖 10 所示之曲線。
3. 降低舒適度邊界(Reduced Comfort Boundaries)：此範圍在保有舒適性，使得在車輛中讀、寫、進食等之舒適性，此限制範圍取如圖 10，再降  $10 \text{ dB}$  或降 3.5 倍得其限制曲線。

在此應注意圖 10，係以加速度在不同頻率之平方平均根值(Rms Value)作為比較依據，通常取 1/3 八音頻率帶之中心頻率計算或量測值套入圖 10，依前述三種狀況而定，若計算或量測之目標值在預定曲線範圍內，即符合行駛品質需求，反之亦然。

## 4.2 車輛行駛數學模型

欲進行車輛行駛品質分析，必須有適當之數學模型，以轎車之行駛品質分析為例，可架構如圖 11 所示以下三種典型之數學模型：

1. 1/4 車體模型(Quarter-Car Model)：假設 4 個車輪成對稱性， $x_c$ 、 $x_w$  分別為車體(Car Body)及輪軸(Wheelset)垂直方向位移自由度， $y(t)$  為路面位移輸入，車體及輪軸以集中質塊模擬之，而懸吊系統及輪胎以線性彈簧及阻尼元件模擬之。下標  $s$  代表懸吊系統(Suspension)，下標  $t$  代表輪胎(Tire)。
2. 半車體模型(Half-Car Model)：假設車體左右對稱，車體以一剛性長形質塊模擬，前後車輪軸分別以集中質塊代表，前後輪之懸吊及輪胎以線性彈簧及阻尼元件模擬之，此模型共有 4 個自由度， $x_c$ 、 $\theta_c$  為車體之垂直往移及前後傾角度， $x_{w1}$ 、 $x_{w2}$  分別為前後輪軸之垂直垂移， $y_1$ 、 $y_2$  則為路面位移輸入。下標 1 及 2 分別代表前後輪。
3. 全車體模型(Full Car Model)：假設前輪為獨立懸吊，而後輪軸以及車體均以剛性長形質塊模擬之，車體有三個自由度，分別為垂直位移( $x_c$ )，前傾角度( $\theta_c$ )及翻滾角

度 ( $\phi_c$ )，前輪軸以集中質塊代表，其自由度為  $x_{w1}$  及  $x_{w2}$ ，後輪軸自由度為垂直位 ( $x_{w3}$ ) 及翻滾角度 ( $\phi_w$ )，所以為 7 個自由度車體模型。

所採用之數學模型之複雜性，通常依所擬完成之分析目標有關，應注意每一種模型有其基本之假設條件及其適用狀況。

### 4.3 路面數學模型

如前述有各種不同之路面狀況，如簡諧波型，凸起路面，週期波型，或不規則之隨機波型，一般之路面模型，均可寫出其數學表示式，可方便於代入行駛數學模型，以進行後續之分析。若考慮不規則路面之隨機模型，ISO [6] 以波數(Wave Number)定義路面位移之能量頻譜密度函數如下：

1.  $\Omega \leq \Omega_0$

$$S_g(\Omega) = S_g(\Omega_0) \left( \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-N_1} \quad (1)$$

2.  $\Omega \geq \Omega_0$

$$S_g(\Omega) = S_g(\Omega_0) \left( \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-N_2} \quad (2)$$

其中， $\Omega_0 = 1/2\pi$  為基準波數(cycle/m)； $S_g(\Omega)$  為路面之粗糙度(cycle/m)，不同等級路面之粗糙度值如表 4。 $N_1 = 2$ ； $N_2 = 1.5$ ； $\Omega$  為波數(cycle/m)，波數與頻率關係如下：

$$f = \Omega V \quad (3)$$

其中， $V$  為車輛速度(m/s)， $f$  為頻率(Hz)，因此路面之能量頻譜密度函數可改寫為：

$$S_g(f) = \frac{S_g}{V} \quad (4)$$

若車輛以定速  $V$  行駛於非常良好(Very Good)路面，則路面位移能量頻譜密度函數得：

$$S_g(f) = 8 \times 10^{-6} \left( 2\pi \frac{f}{V} \right)^{-2}, \quad \frac{f}{V} \leq \frac{1}{2\pi} \quad (5)$$

$$S_g(f) = 8 \times 10^{-6} \left( 2\pi \frac{f}{V} \right)^{-1.5}, \quad \frac{f}{V} > \frac{1}{2\pi} \quad (6)$$

### 4.4 輸出參數之頻譜密度函數

以單向自由度系統之行駛模型為例，如圖 12，路面位移振幅輸入  $Y$  及車體垂直位移

振幅  $X$  之頻譜響應函數或稱位移傳輸比可得：

$$H(f) = \frac{X}{Y} = \frac{1 + i2\xi r}{(1 - r^2) + (i2\xi r)} \quad (7)$$

其中， $r = f/f_n$ ，則加速度振幅輸出  $A$  與路面位移振幅輸入  $Y$  之頻率響應函數可得：

$$H(f) = \frac{A}{Y} = (2\pi f)^2 \frac{1 + i2\xi r}{(1 - r^2) + (i2\xi r)} \quad (8)$$

則加速度之能量頻譜密度函數可得 [7]：

$$S_A(f) = |H(f)|^2 S_g(f) \quad (9)$$

#### 4.5 1/3 八音頻帶加速度平方平均根值

由前節分析可得到輸出參數（加速度）之能量頻譜密度函數，可由下式求得 1/3 八音頻帶在其中心頻率之加速度平方平均根值：

$$A_{1/3-rms} = \left[ \int_{f_l}^{f_u} S_A(f) df \right]^{1/2} \quad (10)$$

其中， $A_{1/3-rms}$  為在中心頻率  $f_c$  之加速度平方平均根值； $f_c$  為 1/3 八音頻帶之中心頻率

（如表 5）； $f_u = 2^{1/6} f_c$  為上界頻率； $f_l = 2^{-1/6} f_c$  為下界頻率。

#### 4.6 行駛品質參數

通常於評估行駛品質之參數，如前述人體之振動量，通常以座位處之加速度進行評估，以圖 11(a) 之 1/4 車體模型為例，常用之行駛品質：

1. 座位之加速度 (Seat Acceleration)： $\ddot{x}_c$
2. 懸吊行程 (Suspension Travel)： $d = x_c - x_w$
3. 貼地性 (Road Holding)： $h = y - x_w$
4. 輪胎力 (Tire Force)： $f_t = k_2 h + c_2 \dot{h}$ ，

$\ddot{x}_1$  用以評估人員或貨物之行駛舒適度。 $d$  可作為懸吊系統設計之參考。 $h$  則代表輪胎與地面之貼地性，有助於評估操控 (Handling) 性能。 $f_t$  除了做輪胎設計參考依據，亦可提供做為評估路面受力或破壞評估之輸入參數。

### 5. 車輛行駛品質評估步驟與實例探討

本節將綜合說明車輛行駛品質評估步驟，並舉一全聯車行駛品質分析實例做探討 [8]，其典型步驟如下：



1. 建立車輛行駛數學模型：

架構 9 個自由度之全聯結車半車體模型如圖 13，假設車子以定速  $V$  行進，車體包括拖車、拖桿、尾車均為剛體，且僅有垂直位移及前傾角度自由度，以集中質塊模擬輪軸，輪胎及懸吊系統均為線性彈簧與阻尼元件， $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$ 、 $y_4$  分別為輪軸垂直位輪， $y_5$  及  $\theta_1$  分別拖車之垂直位於及前傾角度  $\theta_2$  及  $\theta_3$  分別為拖桿及尾車之前傾角度， $y_6$  為駕駛座之垂直位移。 $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$  及  $x_4$  分別代表四個輪胎與地面接觸之路面位移輸入。

2. 推導系統運動方程式，可得

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = [C']\{\dot{x}\} + [K']\{x\} \quad (11)$$

其中， $\{y\}^T = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4 \ y_5 \ y_6 \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]$ ， $\{x\}^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]$ ，其他參數詳如 [8]。

3. 定義不規則路面隨機波型之頻率響應函數如 4.3 節所示。

4. 進行系統之模態分析：可求得系統之模態參包括：自然頻率以及模態振型(在此省略)。

5. 求解系統之輸出與輸入間之頻率響應函數，如圖 14， $H_{ij}$ ， $i=1,2,\dots,9$ ， $j=1,2,3,4$ ，其中， $j$  為輸入參數自由度， $i$  為輸出參數自由度。

6. 定義有興趣之輸出參數：

(1) 駕駛座加速度：

$$S_{\ddot{y}_6 \ddot{y}_6} = (2\pi f)^4 S_{y_6 y_6} \quad (12)$$

(2) 懸吊行程：

$$d_1(t) = y_5(t) + l_1 y_7(t) - y_1(t) \quad (13)$$

$$d_2(t) = y_5(t) + l_2 y_7(t) - y_2(t) \quad (14)$$

$$d_3(t) = y_5(t) + l_2 y_7(t) + (l_5 + l_6) y_8(t) + (l_8 - l_3) y_9(t) - y_3(t) \quad (15)$$

$$d_4(t) = y_5(t) + l_2 y_7(t) + (l_5 + l_6) y_8(t) + (l_8 + l_3) y_9(t) - y_4(t) \quad (16)$$

(3) 貼地性：

$$h_i = y_i - x_i \quad , \quad i = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (17)$$

(4) 輪胎力：

$$f_i = k_{y_i} h_i + c_i \dot{h}_i \quad , \quad i = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (18)$$

(5) 拖車及尾車車體之加速度：

$$S_{f_i f_i} = \left( k_i^2 + k_i c_i (i 2\pi f + 2\pi f)^2 c_i^2 \right) S_{h_i h_i} \quad (19)$$

7. 計算系統輸出之頻譜密度函數：

$$[S_{yy}(f)]_{9 \times 9} = [H(f)]_{9 \times 4}^T [S_{xx}(f)]_{4 \times 4} [H(f)]_{4 \times 9} \quad (20)$$

8. 計算 1/3 八音頻帶加速度平方平均根值：如駕駛座之加速度平方平均根值  $\dot{y}_{6,1/3,rms}$ 。
9. 與 ISO2631 舒適為規範做比較分析：如圖 15 為不同路面狀況之駕駛座加速度最小平方根值與 ISO2631 規範曲線之比較，在 ISO D 級路面超過 8 小時人體舒適度範圍。

## 6. 結論

欲進行陸地車輛之行駛品質分析，所須具備之基礎首先是振動問題之解析，其次是陸地轉動態分析，必須了解其特性及應用之需要性，又針對行駛品質分析必須明瞭行駛品參數之定義與其物理意義。本文主題涵蓋：

1. 振動問題解析：訂定分析目標，典型解析流程，數學模型化步驟等。
2. 針對單自由度及多自由度系統之振動分析整理。
3. 車輛行駛品質之重要名詞及特性探討：包括行駛舒適度規範，車輛行駛數學模型，行駛品質參數，路面模型等。
4. 車輛行駛品質分析與評估步驟及流程，並以一全聯結車實例做範例說明。

本文旨在綜合整理車輛行駛品質分析之步驟流程，以利於國內有興趣於相關領域研究之參考，其他如操控性能，軌道車輛等主題，期待各界先進之共襄盛舉。

## 參考文獻

- [1] J. Y. Wong, *Theory of Ground Vehicle*, 2<sup>nd</sup> Ed., John Wiley & Sons, 1993.
- [2] T. D. Gillespie, *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, *Society of Automotive Engineering*, Inc, 1992.
- [3] 王柏村，陸地車輛動力學課程講義，國立屏東科技大學機械工程系，1995。
- [4] 王柏村，振動學，全華科技圖書股份有限公司，台北，1996。
- [5] ISO, *Guide for the Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration*, 2<sup>nd</sup> Ed., International Standard 2631-1978(E), *International Organization for Standardization*, 1978.
- [6] ISO, *Reporting Vehicle Road Surface Irregularities*, ISO/TC/108/SC2/WG4 N57, *International Organization for Standardization*, 1982.
- [7] J. S. Bendat, *Random Data Analysis and Measurement Procedures*, 2<sup>nd</sup> Ed., John Wiley & Sons, Inc, 1986.
- [8] T. B. Wang, and B. Y. Hu, *The Assessment of the Ride Quality of a Truck-full Trailer Combination*, *Heavy Vehicle Systems, A Series of the International Journal of Vehicle Design*, Vol. 5, No. 3/4, pp. 208-235, 1998.

表1 單自由度系統各分析階段總表

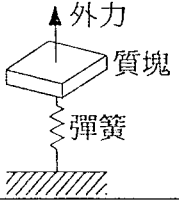
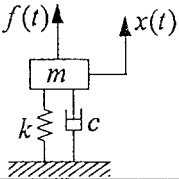
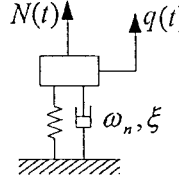
分析階段	表示形式	說明
I 實際結構		一質塊與彈簧連接於地面受外力作用
II 數學模型 (物理域)		<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ 以集中質塊，僅考慮 <math>x(t)</math> 單自由度模擬質塊。</li> <li>● 以線性彈簧及阻尼模擬實際彈簧。</li> </ul>
III 運動方程式 (物理參數形式)	$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f$ <p>初始條件：<math>x(0) = x_0</math> <math>\dot{x}(0) = v_0</math></p>	$x, \dot{x}, \ddot{x}$ ：物理座標之位移、速度、加速度 $f$ ：物理外力 $m$ ：物理質量(kg) $c$ ：物理阻尼(N-s/m) $k$ ：物理彈簧(N/m)
IV 模態參數	$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $c_c = 2m\omega_n = 2\sqrt{mk}$ $\xi = \frac{c}{c_c}$ $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$	$\omega_n$ ：自然頻率 $c_c$ ：臨界阻尼係數 $\xi$ ：阻尼比 $\omega_d$ ：阻尼比自然頻率
V 運動方程式 (模態參數形式)	$\ddot{q} + 2\xi\omega_n\dot{q} + \omega_n^2q = N(t)$	$q, \dot{q}, \ddot{q}$ ：模態座標之位移、速度、加速度 $N(t) = \frac{f}{m}$ ：模態外力
VI 數學模型 (模態域)		由系統之物理域轉為模態域，求得系統之自然頻率及阻尼比

表1 單自由度系統各分析階段總表(續)

VII	頻 率	$H(\omega) = \frac{X}{F}$ $= \frac{1}{(k - m\omega^2) + i(\omega c)}$ $= \frac{1/m}{(\omega_n^2 - \omega^2) + i(2\xi\omega_n\omega)}$	假設外力為簡諧外力 $f(t) = Fe^{i\omega t}$ ，則位移亦為簡諧 響應 $x(t) = Xe^{i\omega t}$ $F$ ：外力振幅 $X$ ：位移振幅 $\omega$ ：激振頻率
	響 應 函 數		$ H(\omega)  = \frac{1}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (\omega c)^2}}$ $= \frac{1/m}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_n\omega)^2}}$ $\phi(\omega) = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{\omega c}{k - m\omega^2}\right)$ $= \text{Tan}^{-1}\left(\frac{2\xi\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2}\right)$
	數 方塊圖		$X(\omega) = H(\omega)F(\omega)$
VIII	時 間	$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t)$ $+ \int_0^t f(\tau) h(t-\tau) d\tau$	$A = x_0$ $B = \frac{v_0 + x_0 \xi \omega_n}{\omega_d}$ $h(t) = \frac{1}{m\omega_d} e^{-\xi\omega_n t} \sin \omega_d t$
	域 響 應		當 $f(t) = 0$ 時，典型之位移時 間域響應
	數 方塊圖		當零初始條件時， $x(t) = \int_0^t f(\tau) h(t-\tau) d\tau$
IX	頻率域響應	$G_{xx}(\omega) =  H(\omega) ^2 G_{ff}(\omega)$	$G_{xx}(\omega)$ ：位移能量頻譜密度函 數 $G_{ff}(\omega)$ ：外力能量頻譜密度函 數

表2 多自由度系統各分析階段總表

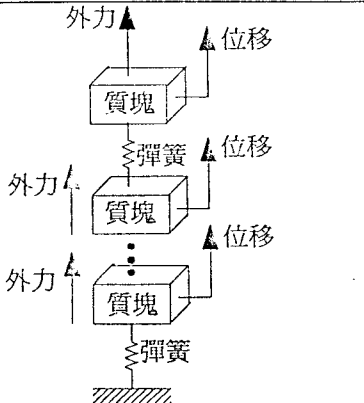
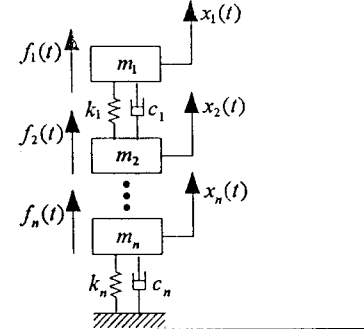
分析階段	表示形式	說明
I 實際結構		<p>一系列質塊以彈簧連接</p>
II 數學模型 (物理域)		<ul style="list-style-type: none"> <li>● 以集中質塊僅考慮垂直方向自由度模擬質塊，共有 <math>n</math> 個自由度</li> <li>● 以線性彈簧及比例黏滯阻尼模擬實際彈簧</li> </ul>
III 運動方程式 (物理參數形式)	$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\}$ <p>初始條件：<math>\{x(0)\} = \{x_0\}</math> <math>\{\dot{x}(0)\} = \{v_0\}</math></p>	<p>運動方程式為聯立常微分方程組  <math>\{x\}, \{\dot{x}\}, \{\ddot{x}\}</math>：物理座標之位移、速度、加速度向量  <math>\{f\}</math>：物理域外力向量  <math>[M]</math>：物理域質量矩陣  <math>[C]</math>：物理域阻尼矩陣  <math>[K]</math>：物理域彈簧矩陣</p>
IV 模態參數	$\omega_r \rightarrow \{\phi_r\}, r = 1, 2, \dots, n$ <p>正交性關係</p> $\{\phi_r\}^T [M] \{\phi_s\} = \begin{cases} 0, & r \neq s \\ 1, & r = s \end{cases}$ $\{\phi_r\}^T [K] \{\phi_s\} = \begin{cases} 0, & r \neq s \\ \omega_r^2, & r = s \end{cases}$ $\{\phi_r\}^T [C] \{\phi_s\} = \begin{cases} 0, & r \neq s \\ 2\xi_r \omega_r, & r = s \end{cases}$	<p><math>\omega_r</math>：自然頻率  <math>\{\phi_r\}</math>：對應於 <math>\omega_r</math> 之對質量矩陣成正交化之模態振型  <math>[\Phi] = [\{\phi_1\} \{\phi_2\} \dots \{\phi_n\}]</math>：模態矩陣</p>
V 運動方程式 (模態參數形式)	$\ddot{q}_r + 2\xi_r \omega_r \dot{q}_r + \omega_r^2 q_r = N_r$ $r = 1, 2, \dots, n$ $\{q(0)\} = [\Phi]^T [M] \{x_0\}$ $\{\dot{q}(0)\} = [\Phi]^T [M] \{v_0\}$	<p>等效運動方程式為 <math>n</math> 個獨立之常微分方程式  <math>q_r, \dot{q}_r, \ddot{q}_r</math>：對應於 <math>\omega_r</math> 模態座標之位移、速度、加速度  <math display="block">N_r(t) = \sum_{s=1}^n \phi_{s,r} f_s</math></p>

表2 多自由度系統各分析階段總表 (續)

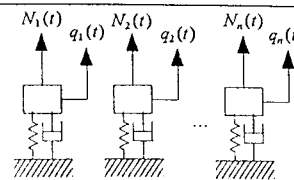
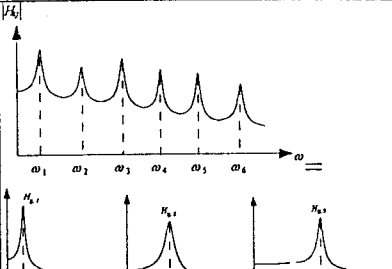
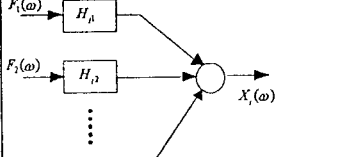
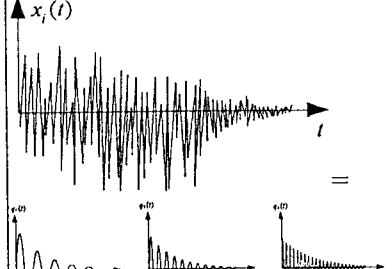
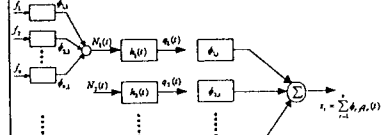
VI	數學模型 (模態域)		由多自由度系統之物理域轉為模態域 $n$ 個單自由度系統，求得 $n$ 個單自由度系統之自然頻率、阻尼比及振形
VII	頻 率	$H_{ij} = \frac{X_i}{F_j} = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{r,i} \phi_{r,j}}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i(2\xi_r \omega_r \omega)}$ $[H(\omega)]\{F(\omega)\} = \{X(\omega)\}$	外力為簡諧外力 $f_j(t) = F_j e^{i\omega t}$ ，則位移亦為簡諧響應 $x_i(t) = X_i e^{i\omega t}$
	響 應		$H_{ij} = H_{ij,1} + H_{ij,2} + \dots + H_{ij,n}$ $H_{ij,r} : \text{第 } r \text{ 個模態之頻率響應函數}$
	函 數		$[H(\omega)]\{F(\omega)\} = \{X(\omega)\}$ $X_i(\omega) = \sum_{r=1}^n F_r(\omega) H_{ir}(\omega)$
VIII	時 間	$\{x(t)\} = [\Phi]\{q(t)\}$ $q_r(t) = e^{-\xi_r \omega_r t} (q_{0r} \cos \omega_{dr} t + \frac{\dot{q}_{0r} + \xi_r \omega_r q_{0r}}{\omega_{dr}} \sin \omega_{dr} t) + \int_0^t N_r(\tau) h_r(t-\tau) d\tau$	$\{q_0\} = [\Phi]^T [M] \{x_0\}$ $\{\dot{q}_0\} = [\Phi]^T [M] \{\dot{v}_0\}$ $\omega_{dr} = \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2}$ $h_r(t) = \frac{1}{\omega_{dr}} e^{-\xi_r \omega_r t} \sin \omega_{dr} t$
	域 響		$x_i(t) = \sum_{r=1}^n \phi_{r,i} q_r(t)$
	應		
IX	頻率域響應	$[G_{xx}(\omega)] = [H(\omega)]^T [G_{ff}(\omega)] [H(\omega)]$	$[G_{ff}(\omega)]$ : 外力能量頻譜密度函數矩陣 $[G_{xx}(\omega)]$ : 位移能量頻譜密度函數矩陣

表 3 Janeway 舒適度規範 [1]

頻率範圍	舒適度規範	規範
1-6 Hz	約克 (Jerk)	<12.6 m/s <sup>3</sup>
6-20 Hz	加速度	<0.33 m/s <sup>2</sup>
20-60 Hz	速度	<2.7 mm/s

表 4 不同等級路面粗糙度值 [6]

Degree of Roughness $S_g(\Omega_0)$ , 10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /cycles/m		
Road Class	Range	Geometric Mean
A (Very Good)	<8	4
B (Good)	8-32	16
C (Average)	32-128	64
D (Poor)	128-512	256
E (Very Poor)	512-2048	1024
F	2048-8192	4096
G	8192-32768	16384
H	>32768	

表 5 1/3 八音頻帶中心頻率 (1-100Hz) 及其上、下界頻率

$f_l$ (Hz)	$f_c$ (Hz)	$f_u$ (Hz)
0.89	1	1.12
1.12	1.25	1.41
1.41	1.6	1.78
1.78	2	2.24
2.24	2.5	2.82
2.82	3.15	3.55
3.55	4	4.47
4.47	5	5.62
5.62	6.3	7.08
7.08	8	8.91
8.91	10	11.22
11.2	12	14.13
14.1	16	17.8
17.8	20	22.4
22.4	25	28.2
28.2	31.5	35.5
35.5	40	44.7
44.7	50	56.2
56.2	63	70.8
70.8	80	89.1
89.1	100	112

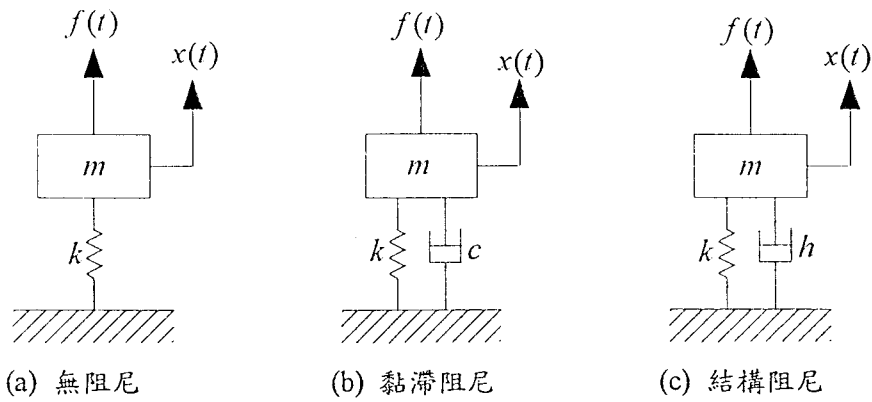


圖1 單自由度數學模式

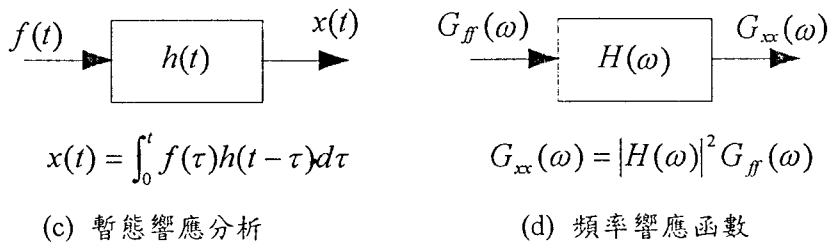
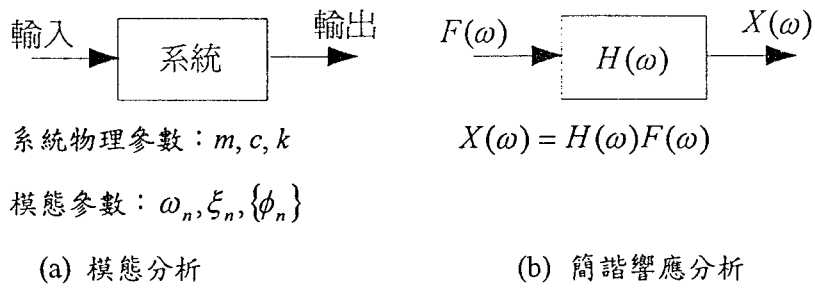
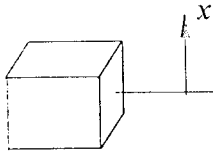


圖2 典型振動問題分析方塊圖

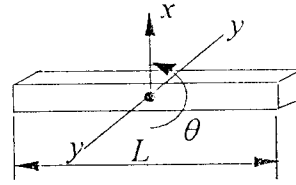


質量： $m$



(a) 集中質塊

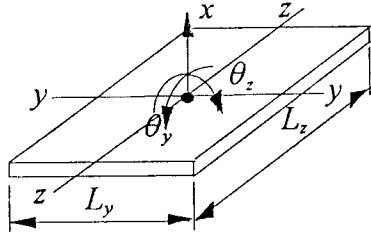
質量： $m$   
 質量慣性矩： $I_{yy} = \frac{1}{12}mL^2$  (重心位置)



(b) 剛性長形質塊

質量： $m$

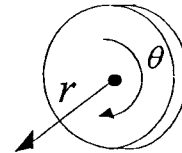
質量慣性矩： $I_{yy} = \frac{1}{12}mL_z^2, I_{zz} = \frac{1}{12}mL_y^2$



(c) 剛性薄平板

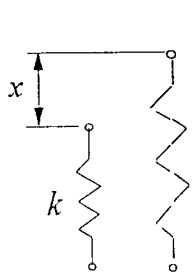
質量： $m$

質量慣性矩： $I = \frac{1}{2}mr^2$

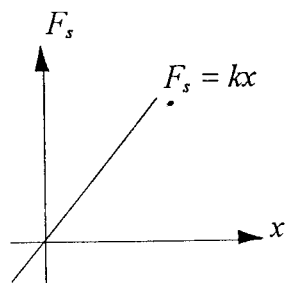


(d) 剛性圓盤

圖3 典型質塊元件

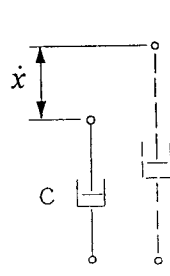


(a) 示意圖

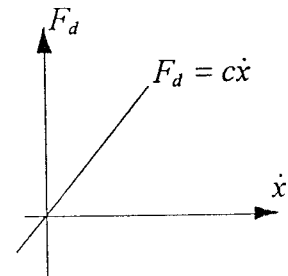


(b) 特性曲線

圖4 線性彈簧元件



(a) 示意圖



(b) 特性曲線

圖5 線性阻尼元件

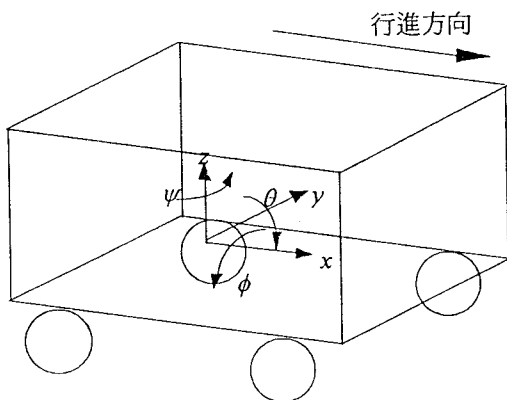


圖6 車輛自由度定義

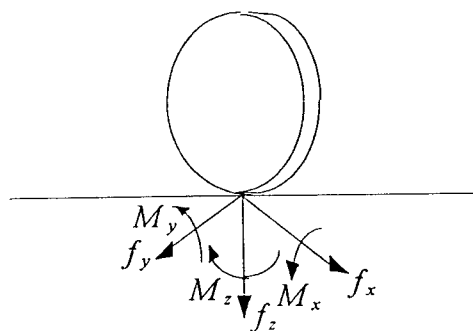


圖7 輪胎力示意圖

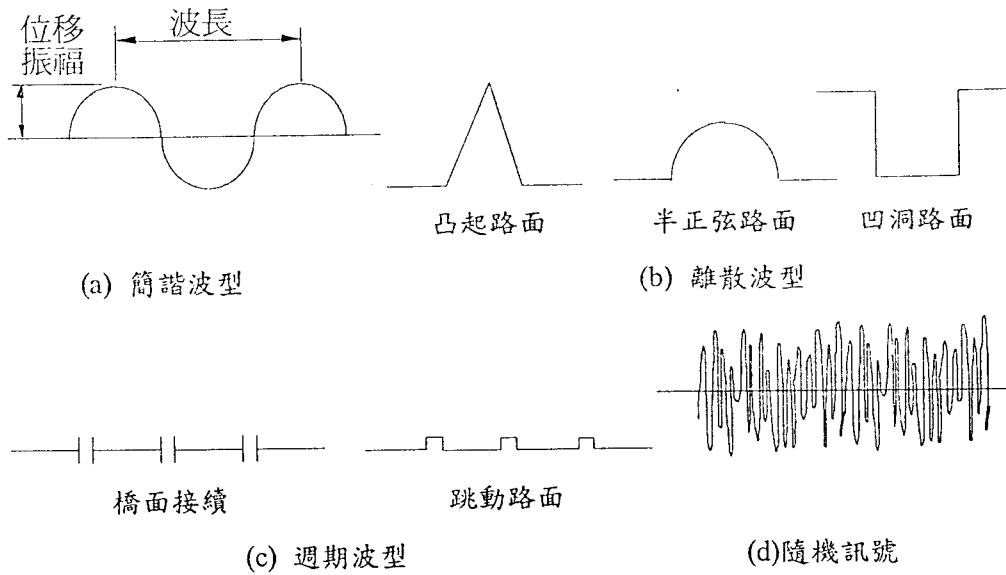


圖 8 典型之路面狀態

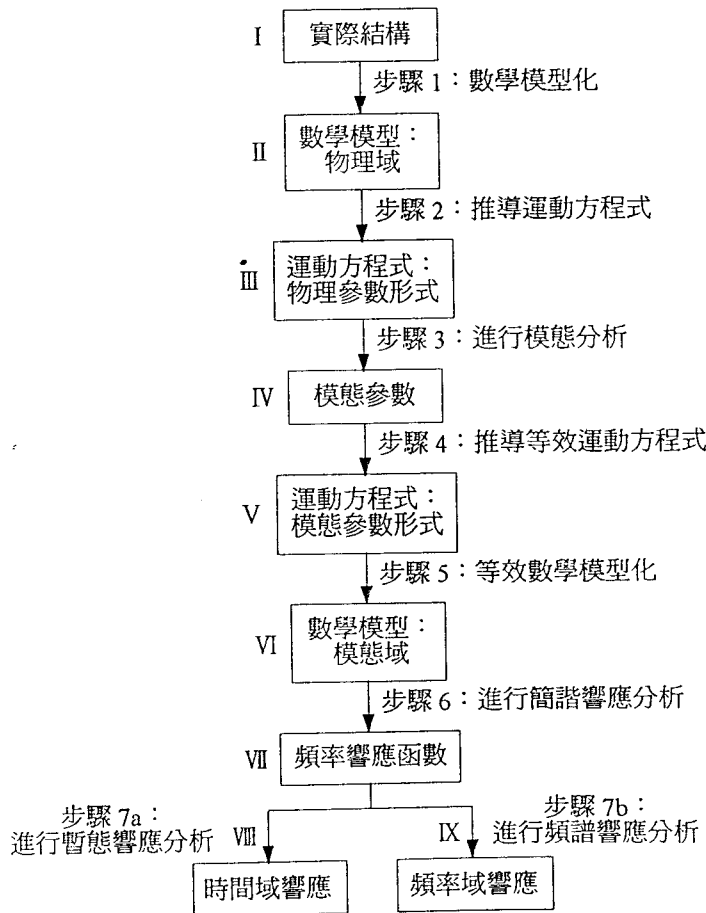


圖 9 結構振動分析步驟流程

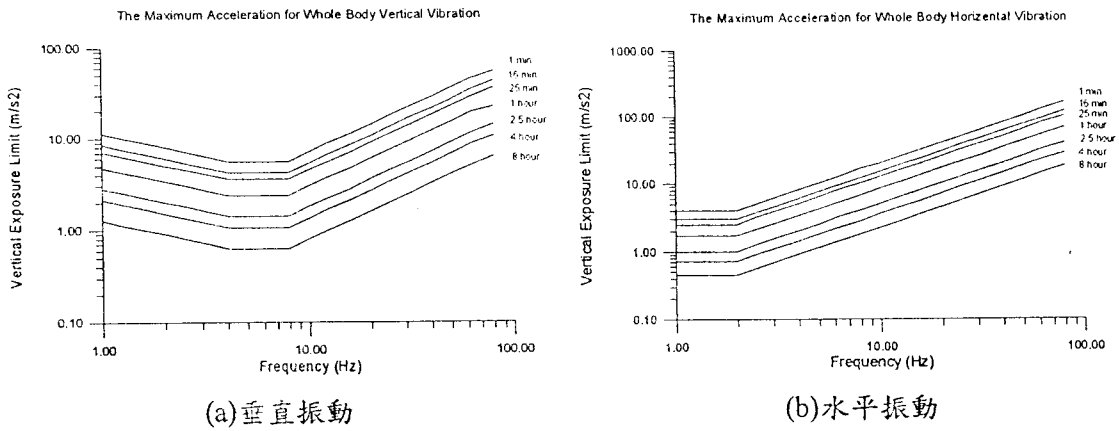


圖 10 人體忍受振動程度之一般性應用規範

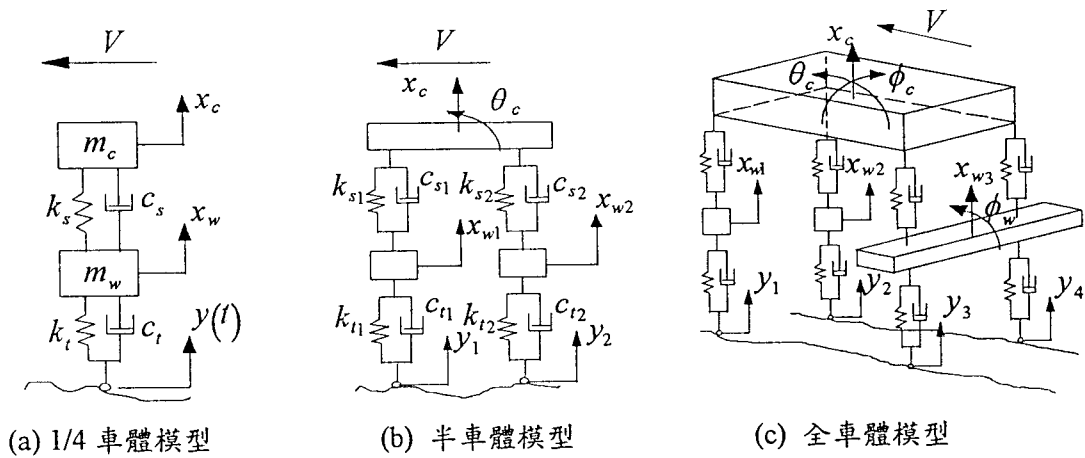


圖 11 車輛行駛數學模型

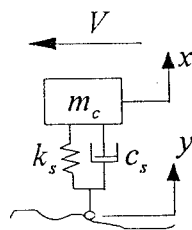


圖 12 單自由度 1/4 車體模型

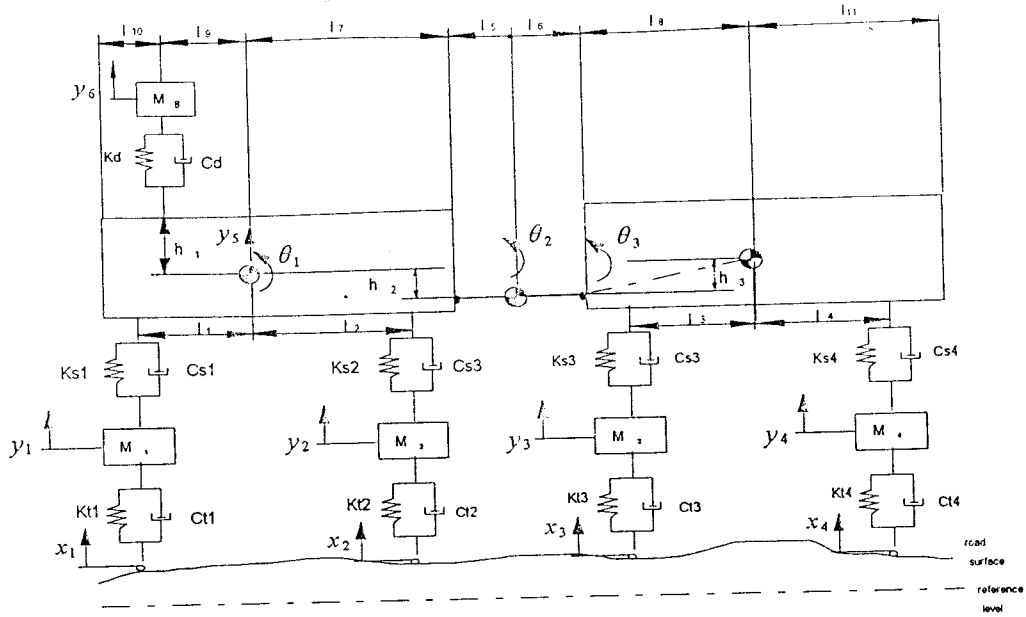


圖 13 個自由度之全聯結車半車體模型[8]

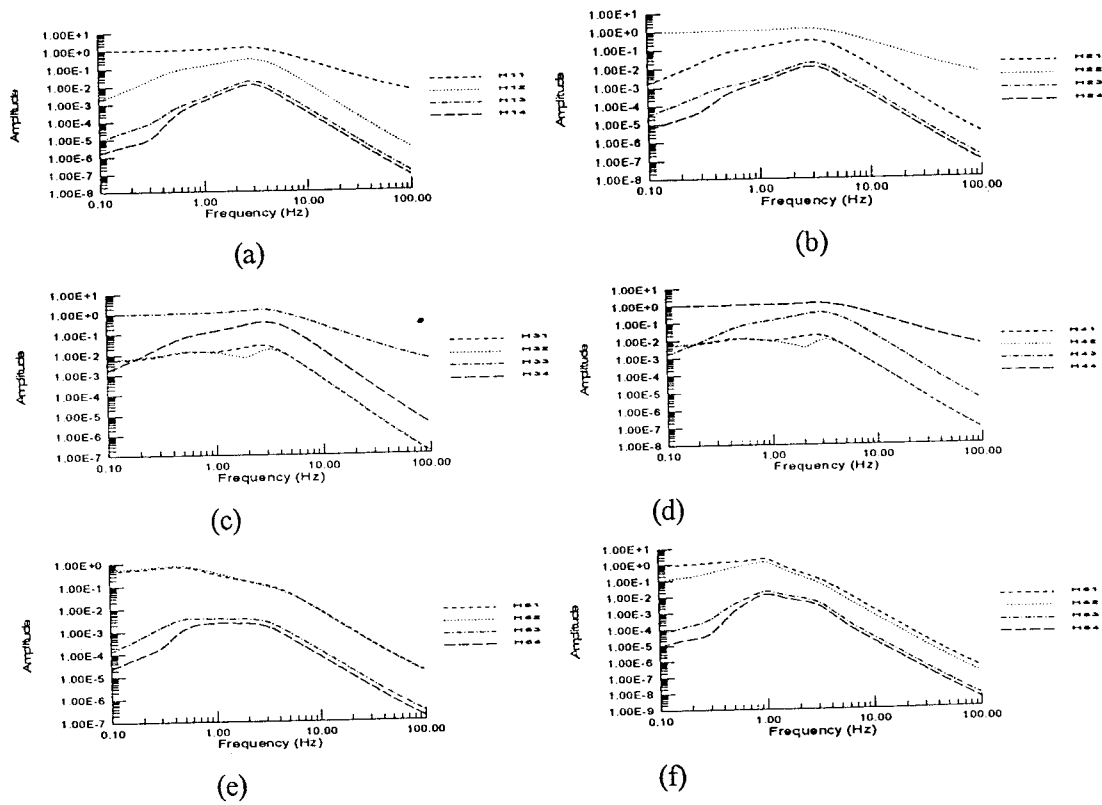


圖 14 系統之輸出與輸入間之頻率響應函數 [8]

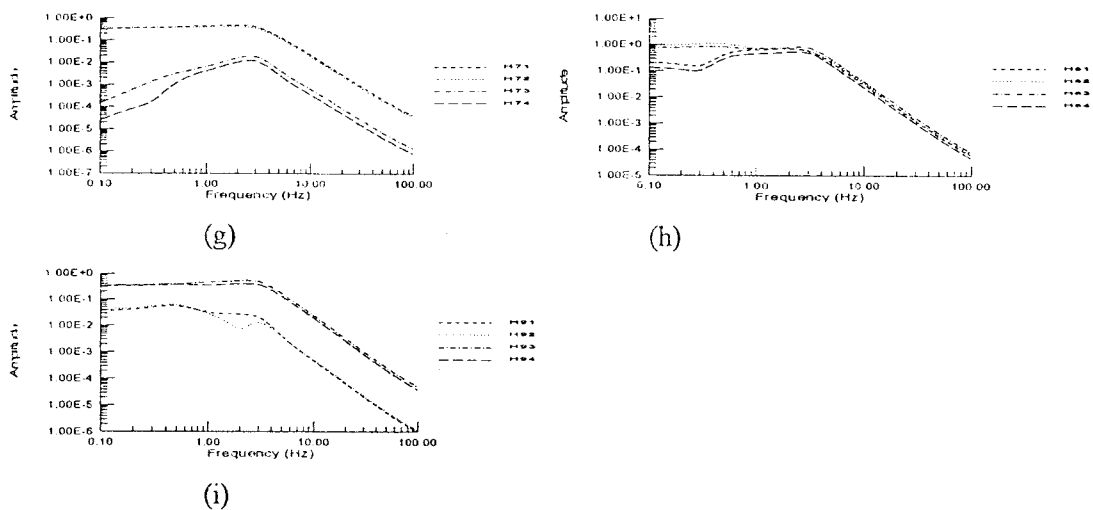


圖 14 續

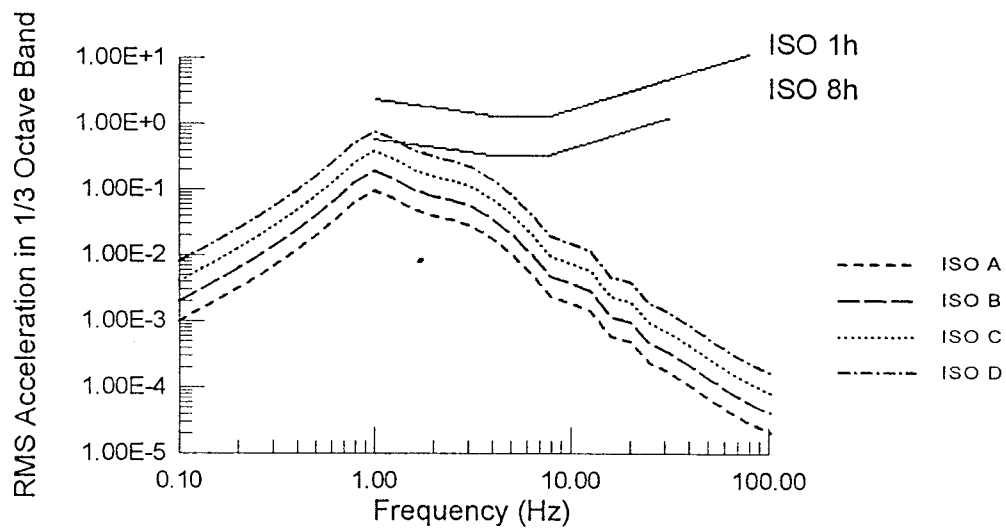


圖 15 不同路面狀況之駕駛座加速度最小平方根值 [8]

## Ground Vehicle Dynamic Analysis for Ride Quality

Bor-Tsuen Wang

Professor and Chairman, Department of Mechanical Engineering  
National Pingtung University of Science and Technology

### Abstract

This work discusses the simulation technique for ride quality analysis of ground vehicle and also presents necessary information and background for the purpose of simulation analysis. Different types of dynamic analysis for vehicles are introduced. In particular, the analysis procedure and the evaluation methodology for vehicle ride quality are discussed. The analysis technique in vibration problem as well as the characteristic analysis of ride quality is examined. Finally, ride quality analysis for a truck and full-trailer is demonstrated to show the evaluation process. This work is beneficial to those who are interested in vehicle ride quality analysis. The related vehicle dynamic problem is also worth for further study.

**keywords:** ride quality, ground vehicle, dynamic analysis, vibration, road modal, ride comfort, 1/3 octaveband.