

應用壓電晶片感應器於簡支板之實驗模態分析

村

王柏材*

陳榮亮**

中華民國 台灣省 屏東縣

國立屏東科技大學

機械工程技術研究所

摘要

本文主要是將壓電晶片黏貼在結構表面上作為感應器，並配合衝擊錘作為驅動器從事簡支板之實驗模態分析。首先由理論分析推導出結構受點力激振及壓電片感測之頻率響應函數通式，其中點力激振器與壓電片感測器之特徵函數可分別定義為位移振型及壓電片兩端斜率差振型，針對簡支板而言，此壓電片兩端之斜率差振型可證明與位移振型具有比例之關係。本文之實驗是利用雙頻道訊號分析儀作資料擷取與分析，實驗方式為移動衝擊錘而固定壓電片，因此經由實驗可求得頻率響應函數矩陣中一系列之頻率響應函數，再將此一系列頻率響應函數經由曲線嵌合軟體可求出結構之模態參數，包括簡支板之自然頻率、振型及阻尼比等。結果顯示實驗與理論之頻率響應函數相吻合，而且實驗所得之模態參數與理論分析之物理意義相符，因此本文證明用壓電片感應器結合衝擊錘從事實驗模態分析之可行性，並且可以應用在其他結構。

關鍵詞：壓電晶片、簡支板、實驗模態分析、模態參數。

一、前言

傳統之實驗模態分析 (Experimental Modal Analysis, EMA) [1] 在驅動上是利用衝擊錘施加點力於結構上將結構激振，經由加速度計量得結構之響應，經由訊號分析儀 (FFT analyzer) [2] 快速求得結構之頻率響應函數 (Frequency Response Function, FRF)，最後再經由參數估測方法 (Modal parameter estimation method)，求得結構之模態參數 (modal parameter)，如自然頻率 (natural frequency)、阻尼比 (damping ratio)、振型 (mode shape) 等。由於傳統的驅動器與感應器有操作不方便、價格昂貴、體積大、質量重對結構會造成質量效應，可能會影響實驗數據等缺點。

因此本文嘗試用壓電材料 (Piezoelectric

material) 取代加速度計做為感測器從事實驗模態分析，主要是壓電材料具有體積小、質量輕及價格便宜等性質，除外壓電材料並擁有良好壓電特性，即壓電材料受高壓極化後，施加電場於材料，會使材料產生應變；相反的，當材料產生變形時，會使材料產生電壓差等特性，所以壓電材料非常適合做驅動器及感應器 [3]。

而壓電材料目前除廣泛的被應用在結構振動控制、噪音控制，也有應用在模態分析之領域上，Sun *et al.* [4] 經由壓電材料的 electric admittance 推導出結構之頻率響應函數，並進行實驗分析，求得樑之動態參數，但並未確實瞭解其模態參數物理意義。Cole *et al.* [5] 完成傳統結構及壓電片之模態測試，並由兩者之間的 pole-residue 之模態參數，去描述結構模態矩陣及其 electro-mechanical coupling (EMC) 矩陣的關係。

* 教授 ** 研究生

Norwood [6] 分別應用衝擊鏈與壓電薄膜 (PVDF) 做驅動器，以加速度計做為感應器對圓柱結構做實驗分析，求得結構之自然頻率，並與理論分析與有限元素數值分析分別在空氣中與水中做比較。Wang [7] 分別推導出簡支樑之傳統轉換器與壓電轉換器四種組合，彼此之頻率響應函數與模態參數，其結果可應用在實驗模態分析上。Wang and Wang [8] 則再推導出懸臂樑之傳統轉換器與壓電轉換器四種組合，並以理論分析及理論結果配合軟體合成分析方法，進行壓電轉換器取代傳統轉換器之模態測試的可行性分析。

本文之實驗方法是以壓電片作為感應器 (Sensor) 配合衝擊鏈作為驅動器 (Actuator)，以簡支板結構作實驗分析，首先由簡支板之運動方程式、邊界條件 [9]、點力作用形式及壓電片之形狀函數 (Shape function)，進行理論分析 [10~11] 推導出結構之自然頻率、點力和壓電片之特徵函數及頻率響應函數通式，其中點力激振器與壓電片感測器之特徵函數可分別定義為位移振型及壓電片兩端斜率差振型，針對簡支板而言，此壓電片兩端之斜率差振型可證明與位移振型具有比例之關係。本文之實驗首先是將壓電片黏貼結構之表面，並利用雙頻道訊號分析儀與 LMS CADA PC [12] 之曲線嵌合軟體作分析，其實驗方式為移動衝擊鏈而固定壓電片，因此經由訊號分析儀，可求得頻率響應函數矩陣中一列之頻率響應函數及其關聯性函數 (Coherence function) [13]，再將此一系列頻率響應函數經由曲線嵌合軟體，可求出結構之模態參數，包括簡支板之自然頻率、振型及阻尼比等，由於實驗量測中，壓電片響應加入對數函數 (Exponential function) 之加權函數 (weighting function) 之效應，所以壓電片所量得之訊號會有加重阻尼之效應，因此實驗所得到之阻尼比並非結構真正之阻尼比，所以必須加以修正 [14]。並藉此理論分析之結果與實驗所得之結果作比較，最後再對理論之振型與實驗之振型求 MAC (Modal Assurance Criterion) 與 MSF (Modal Scale Factor) [1,15]，以分析實驗與理論振型之差異性，以驗證壓電材料作為感測器之可行性分析。

本文之目的主要以壓電材料取代傳統之加速度計作為感測器，並以實驗與理論分析驗證其可行性。根據本文驗證之結果顯示，實驗分析驗證與理論分析之結果相吻合，因此本文證明用壓電

片感應器結合衝擊鏈從事實驗模態分析之可行性，並且可以應用在其他結構，若將壓電材料直接黏貼或鑲入結構體，可結合智慧型材料結構系統之理念，亦即結構體內含有驅動器及感應器，可進一步做結構診斷，或結合控制器做結構噪音與振動控制。

二、理論分析

傳統薄板是根據克希荷夫板之基本假設，定義出方板的運動方程式，其次再根據簡支板之邊界條件，得出簡支板之自然頻率為 [9~11]：

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left[\frac{m^2}{L_x^2} + \frac{n^2}{L_y^2} \right] \sqrt{\frac{D}{\rho t_p}} \quad (1)$$

其中

$$D = \frac{E_p t_p^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$

ν : 蒲松比 (Poisson's ratio)

ρ : 簡支板之密度

t_p : 簡支板之厚度

E_p : 簡支板之楊氏係數

L_x, L_y : 簡支板之長度與寬度

根據衝擊鏈作用力的形式及壓電片之形狀函數和感應方程式，分別得出衝擊鏈及壓電片之特徵函數為：

$$\phi_{mn}^f(x_{f_j}, y_{f_j}) = \frac{1}{\sqrt{\rho t_p \left(\frac{L_x}{2} \frac{L_y}{2} \right)}} \phi_{mn}(x_{f_j}, y_{f_j}) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \phi_{mn}^c(x_{c_i}, y_{c_i}) \\ &= \frac{k_c}{\sqrt{\rho t_p \left(\frac{L_x}{2} \frac{L_y}{2} \right)}} [\phi'_m(x_{c_{2i}}) - \phi'_m(x_{c_{1i}})] [\phi'_n(y_{c_{2i}}) - \phi'_n(y_{c_{1i}})] \end{aligned}$$

其中

$$\phi_m(x) = \sin \alpha_m x \quad (5)$$

$$\phi_n(y) = \sin \alpha_n y \quad (6)$$

$$\phi_{mn}(x, y) = \phi_m(x) \phi_n(y) = \sin \alpha_m x \sin \alpha_n y \quad (7)$$

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{L_x} \quad (8)$$

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{L_y} \quad (9)$$

(x_{f_j}, y_{f_j}) : 第 j 個點力作用位置座標

$(x_{c_i}, x_{c_{2i}})$: 第 i 個壓電片 x 方向之位置座標

$(y_{c_i}, y_{c_{2i}})$: 第 i 個壓電片 y 方向之位置座標

k_c : 壓電晶片材料及尺寸參數 [3]

應注意的是在式(4)中, ϕ_m' 、 ϕ_n' 為位移振型之一次微分, 因此可知壓電晶片感應器之特徵函數 (eigen function) 或振型 (mode shape), 其物理意義 ϕ_{mn}^c 為壓電片邊緣之斜率差振型, 不同於點力驅動器之特徵函數或振型, 其物理意義 ϕ_{mn}^f 為位移振型。

在(4)式中之斜率差振型又可表示成以下之形式:

$$\phi_m'(x_{c_{2i}}) - \phi_m'(x_{c_i}) = -2\alpha_m \sin\alpha_m \frac{l_{cx}}{2} \phi_m(x_{c_i}) \quad (10)$$

$$\phi_n'(y_{c_{2i}}) - \phi_n'(y_{c_i}) = -2\alpha_n \sin\alpha_n \frac{l_{cy}}{2} \phi_n(y_{c_i}) \quad (11)$$

其中

(x_{c_i}, y_{c_i}) : 第 i 個壓電片之中心點位置座標

將(10)、(11)式帶入(4)式, 因此壓電片之特徵函數又可表示為:

$$\begin{aligned} & \phi_{mn}^c(x_{c_i}, y_{c_i}) \\ &= \frac{4k_c \alpha_m \alpha_n}{\sqrt{\rho t_p \left(\frac{L_x}{2} \frac{L_y}{2}\right)}} \sin\left(\alpha_m \frac{l_{cx}}{2}\right) \sin\left(\alpha_n \frac{l_{cy}}{2}\right) \phi_{mn}(x_{c_i}, y_{c_i}) \quad (12) \end{aligned}$$

其中

l_{cx} , l_{cy} : 壓電片之長度與寬度

因此當考慮黏滯阻尼 (viscous damping) 時, 簡支板結構在第 j 個點力與第 i 個壓電片間之頻率響應函數為:

$$\alpha_{c_i f_j}(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\phi_{mn}^c(x_{c_i}, y_{c_i}) \phi_{mn}^f(x_{f_j}, y_{f_j})}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2) + i(2\xi_{mn}\omega_{mn}\omega)} \quad (13)$$

其中, $\omega = 2\pi f$ 為激振頻率, ξ_{mn} 為模態阻尼比 (modal damping ratio), ϕ_{mn}^c , ϕ_{mn}^f 分別為壓電片感應器及點力之特徵函數, 如式(3)及(4)。在此需注意的是 ϕ_{mn}^f 之物理意義為簡支板之位移振型, 而 ϕ_{mn}^c 為壓電片兩端斜率差振型, 在簡支板結構, 由式(12)可知, ϕ_{mn}^c 與位移振型具有比例關係。

在實際實驗模態分析過程, 一般實驗方式分兩種, 第一種為移動驅動器而固定感測器, 可得到頻率響應函數矩陣之一列 (row), 第二種為移動感測器而固定驅動器, 可得到頻率響應函數矩陣之一行 (column), 所量得之一列或一行之系列頻率響應函數, 可經由曲線嵌合軟體擷取模態參數, 包括自然頻率、阻尼比及振型, 當以第一種方式實驗可得驅動器之模態振型, 當以第二種方式可得感測器之模態振型, 在此所討論之簡支板不論以任一種方式, 均可得到位移振型。

三、實驗設置

本節將針對以壓電片作為感測器, 從事實驗模態分析之實驗儀器架構及其實驗方法與步驟加以敘述。

3.1 實驗儀器之架構

本實驗儀器之架構情形如圖 1 所示, 首先將衝擊錘用導線接於訊號分析儀之 A 輸入模組, 其次將壓電片黏貼於簡支板之表面上, 分別用導線接於訊號分析儀之 B 輸入模組以及壓電片之正反面, 再透過 IEEE-488 介面將訊號分析儀與個人電腦相連接。其實驗之動作原理為, 用衝擊錘作驅動器對簡支板結構激振, 以壓電片作感應器, 量取結構之響應訊號, 經過電荷放大器將訊號傳入雙頻道訊號分析儀, 由訊號分析儀對輸入之訊號作快速傅立葉轉換, 求得簡支板結構之頻率響應函數, 最後再將頻率響應函數結果傳入 CADA-PC 軟體作曲線嵌合 (curve fitting) 的工作, 即可求得簡支板之模態參數, 即自然頻率、阻尼比、振型等。令第 i 個壓電片感測器及第 j 個點力之作用在簡支板上之尺寸如圖 2 所示:

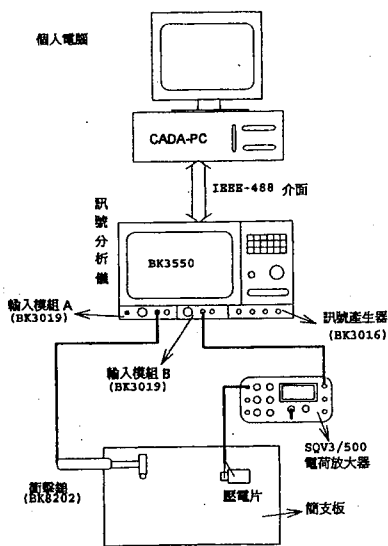


圖 1 實驗儀器架構圖

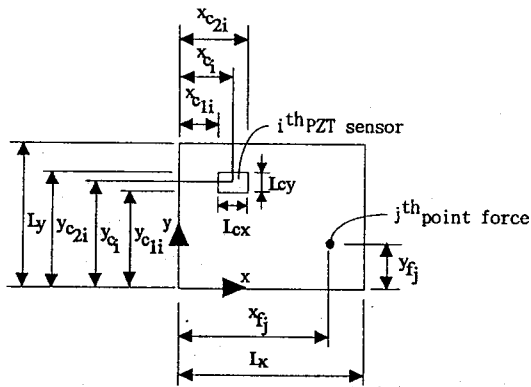


圖 2 第 i 個壓電片感測器及第 j 個點力作用在薄板上之示意圖

3.2 實驗方法與步驟

由於本實驗主要觀察簡支板前四個模態，所以在簡支板上僅取 25 點來做實驗即可，也就是在板的四邊各劃分為六個等分，並依序給予編號，如圖 3 所示，移動衝擊錘作用在板上之每一點作為激振，壓電片固定黏貼在圖 3 中之 21 點，

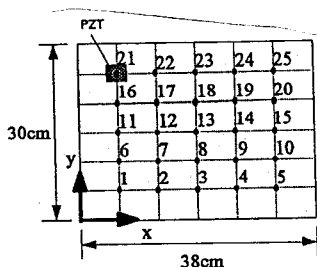


圖 3 簡支板之分割情形及編號

即可得到 25 組頻率響應函數，再將之傳入 CADA-PC 軟體求作曲線嵌合，以取簡支板之模態參數。

然而在實驗過程中所量得之訊號往往不是一個完整週期之訊號，所以訊號在經由傅立葉轉換 (Fourier transform) 後會有洩漏 (Leakage) 之情形發生，必須加加權函數 (Weighting function) 以減少訊號之洩漏，因此本實驗在點力驅動與壓電片感應上分別施加 Transient 與 Exponential 加權函數。

四、結果與討論

本節將對本實驗與理論之結果作驗證，包括頻率響應函數之驗證、自然頻率之驗證、阻尼比之驗證，以及振型之驗證，其中振型部份也將探討理論與實驗振型之 MAC (Modal Assurance Criterion)、MSF (Modal Scale Factor)。

簡支板之材料性質如表 1 所示，表 2 則為壓電片之材料性質，根據表 1 與表 2 之數據代入前述理論分析之公式，可求得自然頻率及振型，而阻尼比均假設為 0.01，以求得式(13)之理論頻率響應函數。

表 1 簡支板之材料性質

材 料	鋼
長度 (L_x)	0.38m
寬度 (L_y)	0.3m
厚度 (t_p)	0.002m
密度 (ρ)	7870kg/m ³
楊氏係數 (E)	2.07 × 10 ⁹ N/m ²
蒲松比 (ν)	0.292

表 2 壓電片之材料性質

項 目	數 據
長度 (l_x)	38mm
寬度 (l_y)	19mm
厚度 (t_c)	1.905mm
楊氏係數 (E_c)	6.3 × 10 ¹⁰ N/m ²
密度 (ρ_c)	7650kg/m ³
蒲松比 (ν_c)	0.28

4.1 頻率響應函數之驗證

頻率響應函數圖形如圖 4(a), 4(b) 所示，

分別代表轉移頻率響應函數 (Transfer FRF) 與同點頻率響應函數 (Point FRF)，由這兩個圖形可看出，理論與實驗比較之情形顯示，實驗之結果在低頻上有呈現出比較差之情形，主要是訊號分析儀之動態範圍不足所影響，因為本實驗所使用之訊號分析儀其動態範圍約為 80dB，而實際上根據理論分析之結果顯示動態範圍約為 140dB，所以不易在低頻率處得到正確的頻率響應函數。而且在整體上也呈現出比較不平滑之情況，所以實驗之結果明顯的比較差些，主要是因為壓電片具有高阻抗之特性，容易受到一般電力之輸出頻率 (60Hz) 所影響而導致，但是主要之共振點都有出現，所以實驗之結果大致上還能符合理論之情形。而 Synthesize 之結果主要涵蓋前四個模態，由於曲線嵌合過程係基於模態響應之總和效應，而且共振模態 (resonance modes) 主導了系統響應，因此曲線嵌合後不僅 60Hz 雜訊甚至其他雜訊也都明顯消除，較不理想之處是在反共振點上都沒有出現，但是共振點都有出現，所以大致上還相當吻合。

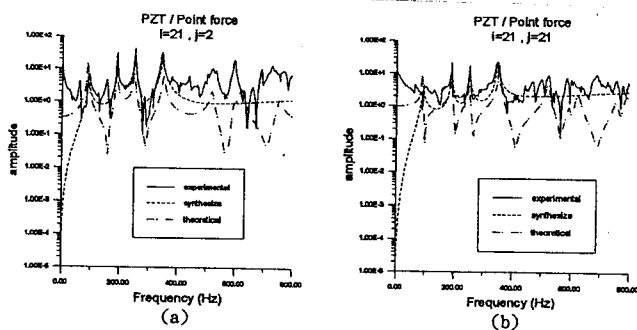


圖 4 實驗與理論分析結果之頻率響應函數比較 (a) $i = 21, j = 2$; (b) $i = 21, j = 21$

而實驗之關聯性函數如圖 5(a), 5(b) 所示，由此圖可以看出在有反共振點出現的附近其關聯

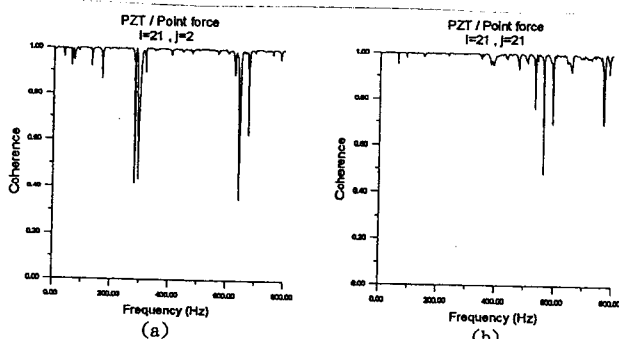


圖 5 實驗與理論分析結果之關聯性函數比較 (a) $i = 21, j = 2$; (b) $i = 21, j = 21$

性函數值較低，主要是因為在反共振點附近響應小，而導致關聯性函數偏低，除此之外關聯性函數大致上皆趨近於 1，證明了實驗之頻率響應函數具有相當之可信度。

4.2 模態參數之驗證

本節將探討由量測所得一系列的頻率響應函數，經曲線嵌合後所得到的模態參數之驗證，包括自然頻率、阻尼及振型。實驗與理論之前四個自然頻率誤差百分比如表 3 所示，由表 3 中之理論與實驗之誤差百分比中可看出，其誤差百分比不全然為正或為負，因此可以證明簡支板結構之模擬是相當正確的，而且證實以衝擊錘與壓電片做為驅動器與感應器，可以正確的預測板之自然頻率。

表 3 理論與實驗分析前四個自然頻率之誤差百分比

自然頻率	實驗值 (Hz)	理論值 (Hz)	誤差百分比 (%)
$f_{1,1}$	91.54	87.711608	4.3647
$f_{2,1}$	189.51	188.744605	0.4055
$f_{1,2}$	251.65	249.813438	0.7352
$f_{2,2}$	347.70	350.846434	-0.8968

由於理論分析並無法求得阻尼比，因此理論分析中之阻尼比一律假設為 0.01。但是實驗上可以藉由參數估測方法求得阻尼比，由於實驗量測中，壓電片響應加入對數函數 (Exponential function) 之加權函數 (weighting function) 之效應，所以壓電片所量得之訊號會有加重阻尼之效應，因此實驗所得到之阻尼比並非結構真正之阻尼比，所以必須加以修正 [14]，而修正之結果如表 4 所示。由此可知 (1,1) 模態之阻尼比顯然比較大，應是動態範圍不足造成之影響，其餘三個模態之阻尼比就比較接近一般鐵材之阻尼比。

表 4 實驗分析之阻尼比及其修正值

阻尼比	實驗值 (%)	修正值 (%)
$\xi_{1,1}$	4.58	4.019
$\xi_{1,2}$	0.47	0.199
$\xi_{2,1}$	0.55	0.346
$\xi_{2,2}$	0.77	0.622

由於本文之實驗方式是移動衝擊錘而固定壓電片，所以所得到之振型為衝擊錘之振型，亦即位移振型 (displacement mode shape)，實驗之振型如圖 6(a)~6(d) 所示，分別是前四個模態之振型，由圖 6(b)~6(d) 可以看出實驗上所得之振型是取其振幅之大小 (amplitude) 之絕對值，因此所畫出之振型圖形皆為正值。根據實驗上與理論上之振型比較，大致上之雛形還是有呈現出來。然而 (2,2) 模態在等高線圖 x 方向之 $1/3$ 的地方有節點出現，顯然有模態重疊之現象，根據表 4 之理論分析自然頻率結果顯示，在 357.13Hz 有 (3,1) 模態存在，與 (2,2) 模態之 350.85Hz 相當接近，因此可以斷定 (2,2) 模態振型的確受到

(3,1) 模態振型之影響，導致 (2,2) 模態振型不太理想，除此之外實驗與理論之各個模態振型皆相當吻合。

實驗振型與理論振型之 MSF 與 MAC 矩陣如表 5 及表 6 所示，由表中可看出 MSF 與 MAC 矩陣對角線大致上趨近於 1，而非對角線之值介於 0.05 附近，說明了模態振型之正交性及實驗與理論振型之吻合，而除了由於動態範圍不足造成 (1,1) 模態與 (2,2) 模態在 MSF 與 MAC 值低於 0.9 外，其餘兩個模態之 MSF 與 MAC 值都遠大於 0.9。其中 MSF 值出現複數，此乃因為實驗得到之振型為複數振型，包含阻尼效應所致，微小的虛數即表示實際振型有微小之相位角變

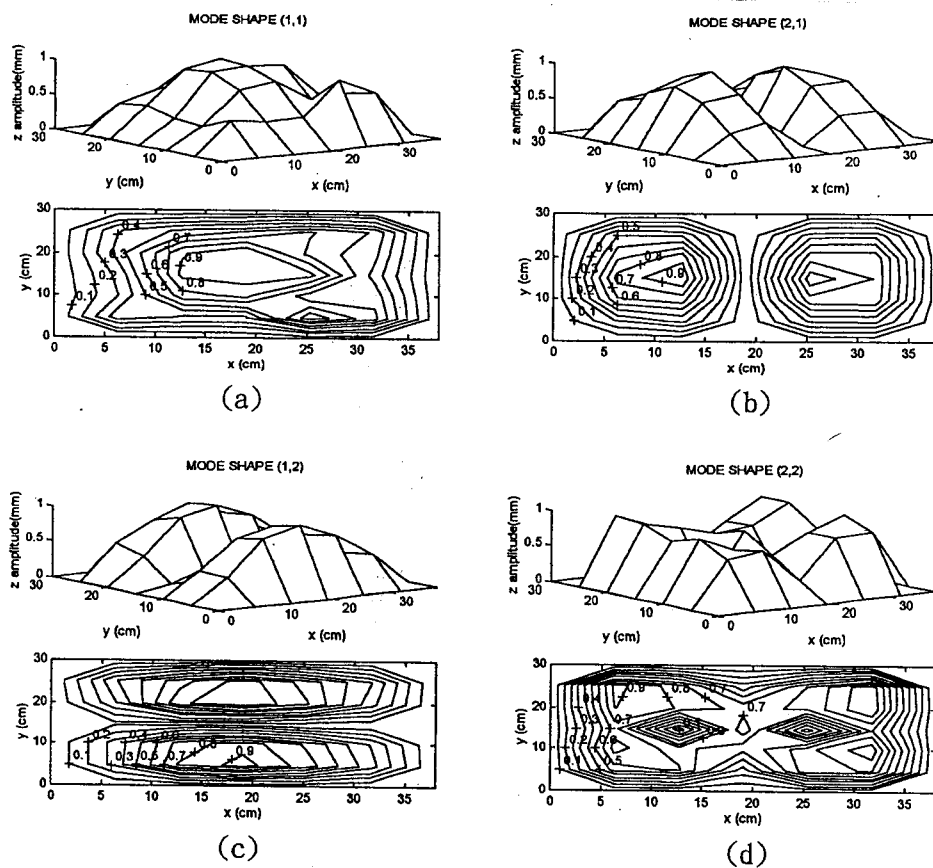


圖 6 實驗之振型 (a) (1,1)模態；(b) (2,1)模態；(c) (1,2)模態；(d) (2,2)模態

表 5 實驗振型與理論振型之 MSF

mode	(1,1)	(2,1)	(1,2)	(2,2)
(1,1)	0.81152+i 0.125	-0.041-i 0.3199	0.02145-i 0.083	0.0786-i 0.14879
(2,1)	0.01264+i 0.0276	0.9886-i 0.088	0.0145-i 0.0028	0.0337-i 0.0218
(1,2)	0.05824-i 0.0683	0.0124+i 0.0085	0.9896+i 0.0274	-0.0025+i 0.0136
(2,2)	-0.0082+i 0.0431	-0.0214+i 0.014	0.0182-i 0.0512	-0.629+i 0.47365

表 6 實驗振型與理論振型之 MAC

mode	(1,1)	(2,1)	(1,2)	(2,2)
(1,1)	0.65857	0.00167	0.00046	0.00618
(2,1)	0.00016	0.97736	0.00021	0.00114
(1,2)	0.00339	0.00015	0.97922	0.000006
(2,2)	0.000068	0.00046	0.00033	0.3957

化，在理論分析所得之振型則為純實數振型 (real mode)，因為自由振動之理論分析未包含阻尼效應。

五、結 論

本文成功地應用衝擊錘並以壓電片作為感應器從事平板結構之實驗模態分析，並以理論分析加以驗證，根據實驗與理論分析所得出結果，包括頻率響應函數、關聯性函數及模態參數等，可以歸納出以下幾個結論：

- (1) 實驗之頻率響應函數大致相當符合理論分析之情形，除在低頻率處較不吻合，乃因訊號分析儀本身之動態範圍太小所引起，而在整體上曲線主要之共振點都有出現。
- (2) 由曲線嵌合所得之 synthesize 頻率響應函數，由於模態之總和加成效應在共振點處相當吻合，也適當地消除部份雜訊，雖然有反共振點沒有出現，可能是僅以前四個模態作分析所致，綜合而言，synthesize 之結果相當不錯。
- (3) 在關聯性函數上大都很趨近於 1，可證明實驗結果之可靠性，而在反共振點附近關聯性函數較差，這是因為在反共振點的響應本來就很小，而導致關聯性函數偏低。
- (4) 在理論與實驗之自然頻率誤差百分比之比較，除第一個模態在 4.4% 外，其餘三個模態均在 1% 以下，可見壓電片做感測器預測結構自然頻率之適用性。
- (5) 結構之阻尼比，除第一個模態其阻尼比有偏高之趨勢，主要是由訊號分析儀動態範圍太小所致，其餘與一般鋼材相近。
- (6) 實驗振型除了 (1,1) 模態由於受到動態範圍不足所影響，(2,2) 模態受到鄰近 (3,1) 模態影響，使得振型稍差，不過由 MAC 及 MSF 之比較仍可得其特性，而且其餘二個模態皆與理論相當吻合。

誌 謝

本研究承蒙國科會計畫支助，計畫編號：NSC 86-2212-E-020-001，特此致謝。

參考文獻

1. Ewins, D. J., *Modal Testing: Theory and Practice*, Research Studies Press LTD., Letchworth Hertfordshire, England (1986).
2. B&K Inc., *Multichannel Analysis System Type 3550 Documentation* (1992).
3. Plump, J. M., J. E. Hubbard and T. Bailey, "Nonlinear Control of a Distributed System: Simulation and Experimental Results," *Journal of Dynamic System, Measurement, and Control*, Vol. 109, pp. 133-139 (1987).
4. Sun, F. P., C. Liang and C. A. Rogers, "Experimental Modal Testing Using Piezoceramic Patches as Collocated Sensor-Actuators," *Proceedings of the 1994 SEM Spring Conference and Exhibits*, pp. 871-879 (1994).
5. Cole, D. G., W. R. Saunders and H. H. Robertshaw, "The Dynamic Analysis of Piezostructures in Relation to Modal Analysis," *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference*, pp. 521-527 (1994).
6. Norwood, C., "The Measurement of Natural Frequencies and Mode Shapes of Submerged Cylinders Using PVDF Strip Excitation," *Proceedings of Inter-Noise 95*, pp. 1337-1340 (1995).
7. Wang, B. T., "Characterization of Transfer Functions for Piezoceramic and Conventional Transducers," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 7, pp. 390-398 (1996).
8. Wang, B. T. and C. C. Wang, "Feasibility Analysis of Using Piezoceramic Transducers for Cantilever Beam Modal Testing," *Smart Materials Structures*, Vol. 6, pp. 1-11 (1997).

9. Szilard, R., *Theory and Analysis of Plates Classical and Numerical Methods*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey (1974).
10. Gorman, D. J., "Free Vibration Analysis of the Completely Free Rectangular Plate by the Method of Superposition," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 57, No. 3, pp. 437-447 (1978).
11. Leissa, A. W., "The Free Vibration of Rectangular Plates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 31, No. 3, pp. 257-293 (1973).
12. LMS Inc., *LMS CADA-PC User Manual* (1993).
13. Park, Y., "Improved Estimation of Frequency Response Function," *Modal Analysis: the International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 9, No. 2, pp. 99-110 (1994).
14. Trethewey, M. W. and J. A. Cafeo, "Tutorial: Signal Processing Aspects of Structural Impact Testing," *Modal Analysis: The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 7, No. 2, pp. 129-149 (1992).
15. Heylen, W. and T. Janter, "Extensions of the Modal Assurance Criterion," *Transactions of the ASME*, Vol. 112, pp. 468-472 (1990).

THE USE OF PZT CERAMICS AS SENSORS FOR THE EXPERIMENTAL MODAL ANALYSIS OF A SIMPLY SUPPORTED PLATE

B. T. Wang*, R. L. Chen**

*Department of Mechanical Engineering
National Pingtung University of Science and Technology
Pingtung, Taiwan 91207, R.O.C.*

ABSTRACT

This work presents the use of a rectangular shape of PZT ceramics adhered on the surface of a simply supported plate as the sensor, while the impact hammer is applied as the actuator for structural modal testing. This work first formulates the frequency response function (FRF) based on the point force excitation and PZT sensing. The point force actuator eigenfunction and the PZT sensor eigenfunction can be identified as the displacement mode shape and the mode shape of slope difference between PZT edges, respectively. In particular, the mode shape of slope difference between PZT edges for the simply supported plate can be shown to be proportional to the displacement mode shape. The experiments are then performed on a dual-channel FFT analyzer. A column of FRF matrix can be

obtained by roving the impact hammer with the fixed PZT sensor. A curve-fitting software, LMS CADA-PC, is used to extract the modal parameters, including natural frequencies, mode shapes and modal dampings of the plate. The frequency response functions are shown to agree well between theoretical and experimental results. Results also show that modal parameters can be properly obtained and physically interpreted with theoretical solutions. This work, therefore, demonstrates the feasibility of using PZT sensor in conjunction with the impact hammer for structural modal testing and can also be extended to other structures.

Keywords: PZT ceramics, Simply supported plate, Modal testing, Modal parameters.

* Professor ** Graduate student

(Manuscript received Aug. 8, 1997,
Manuscript revised Apr. 10, 1998,
Accepted for publication Aug. 24, 1998.)